



Aalborg Universitet

AALBORG UNIVERSITY
DENMARK

Wave Star

Indledende undersøgelse af flydergeometri

Kramer, Morten; Brorsen, Michael; Frigaard, Peter

Publication date:
2004

Document Version
Også kaldet Forlagets PDF

[Link to publication from Aalborg University](#)

Citation for published version (APA):

Kramer, M., Brorsen, M., & Frigaard, P. (2004). *Wave Star: Indledende undersøgelse af flydergeometri*. (1 udg.) Aalborg Universitetsforlag. Hydraulics and Coastal Engineering Nr. 4

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal -

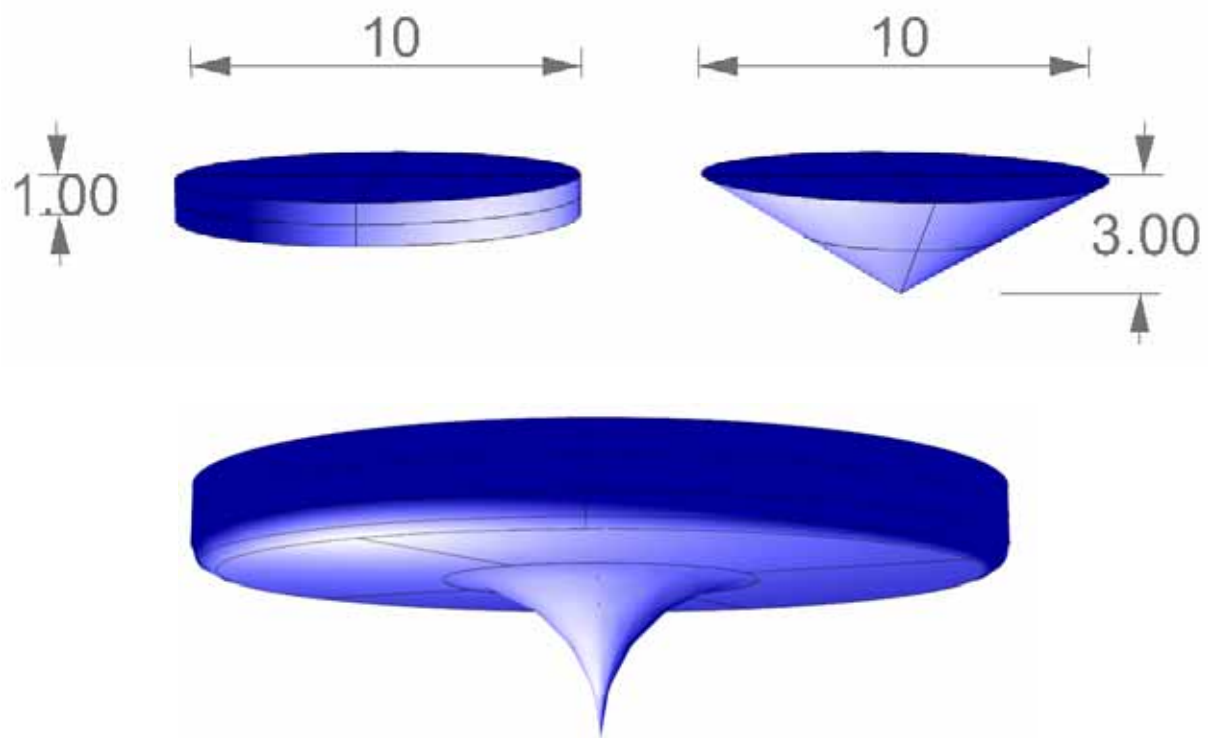
Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at vbn@aub.aau.dk providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Wave Star

–

Indledende undersøgelse af flydergeometri



Morten Kramer, Michael Brorsen & Peter Frigaard
Juni, 2004



DEPARTMENT OF CIVIL ENGINEERING

AALBORG UNIVERSITY

SOHNGAARDSHOLMSVEJ 57 DK-9000 AALBORG DENMARK

TELEPHONE +45 96 35 80 80 TELEFAX +45 98 14 25 55

Hydraulics and Coastal Engineering No. 4

ISSN: 1603-9874

Wave Star

Indledende undersøgelse af flydergeometri

Morten Kramer, Michael Brorsen & Peter Frigaard

Forord

Denne rapport beskriver numeriske beregninger af forskellige flydergeometrier for bølgeenergianlægget Wave Star. Beregningerne er udført af Aalborg Universitet, Institut for Vand, Jord og Miljøteknik. Beregningerne er foretaget på foranledning af Per Resen Steenstrup, administrerende direktør i Wave Star Energy.

I tillæg til rapporten er vedlagt en CD med bl.a. dokumenter samt data for beregnede kræfter for alle flydergeometrierne.

For at sikre et homogent let overskueligt dokument, er det er valgt, at placere hovedparten af figurerne i et særskilt appendiks bagerst i rapporten. Figurer og tabeller tilhørende kapitel 6 og 7 forefindes i Appendiks A og B.

Kontakter vedr. beregninger/rapport udført af Aalborg Universitet:

Morten Kramer Sohngaardsholmsvej 57 9000 Aalborg Tlf. 96357230 Fax 98142555 E-mail: i5mkr@civil.auc.dk Web: www.civil.auc.dk
--

eller

Peter Frigaard Sohngaardsholmsvej 57 9000 Aalborg Tlf. 96358479 Fax 98142555 E-mail: peter.frigaard@civil.auc.dk Web: www.civil.auc.dk
--

Kontakt vedr. Wave Star kan rettes til den administrerende direktør:

Per Resen Steenstrup Wave Star Energy Maglemosevej 61 DK-2920 Charlottenlund Tlf: +45 3940 4696 Fax: +45 3940 4697 E-mail: info@WaveStarEnergy.com Web: www.wavestarenergy.com

Indholdsfortegnelse

1	Indledning	9
1.1	Begrænsninger for benyttet teori	9
2	Definition af frihedsgrader	10
3	Beregning af kræfter	11
3.1	Bevægelsesligningen	11
4	Flydergeometrier	12
4.1	Valg af displacement og diameter	12
4.2	Detaljeret beskrivelse af undersøgte udformninger	13
5	Undersøgte bølgetilstande	17
5.1	Bølgelængden efter lineær bølgeteori	18
6	Forundersøgelser	19
6.1	Normering af variable	19
6.2	Elementantal i de numeriske modeller	20
6.3	Indvirkninger af vanddybden	21
7	Resultater	21
7.1	Betydning af flyderdiameter	21
7.2	Kegleformet bund	23
7.3	Kugleformet bund	24
7.4	Spidsformet bund, sammenligning med kugle- og kegleform	24
8	Opsummering	25
8.1	Flyderudformning	25
8.2	Indvirkning af diameteren	26
8.3	Indvirkning af vanddybden	26
9	Konklusion	27
10	Referencer	27
A	Appendiks: Figurer	28
A.1	Konvergensanalyse	28
A.2	Indvirkning af vanddybde	29
A.3	Indvirkning af flyderdiameter	31
A.4	Keglegeometrier	34
A.5	Kuglegeometrier	36
A.6	Spids geometri	38
B	Appendiks: Tabeller	40
C	Appendiks: Sammenligninger med forventninger	44
C.1	Vandret bølgekraft	44
C.2	Lodret bølgekraft	45
C.3	Hydrodynamisk masse og dæmpning	46
D	Appendiks: Kilde/dræn teori	48
D.1	Laplace-ligningen	48
D.2	Løsning med kilde/dræn	49

1 Indledning

Bølgeenergiconverteren Wave Star omsætter bølgenes energiindhold til elektrisk energi via en række flydere. For anlæg af denne type er det yderst vigtigt, at de lodrette belastninger fra bølgerne maksimeres, for herved at få optimalt energiudnyttelse. Samtidig skal de vandrette belastninger fra bølgerne minimeres, for herved at få så spinkel og billig en konstruktion som muligt.

En detaljeret analyse af flydernes form vil kræve meget omkostningstunge CFD-beregninger. Potentialteoretiske beregninger vil med rimelig nøjagtighed kunne belyse problemstillingen. Formålet med de efterfølgende potentialteoretiske beregninger er derfor en indledende undersøgelse af flydergeometrien.

Der tages udgangspunkt i en cirkulær flyder med en diameter på 10 meter. Diameter, displacement og krumningsradius af flyderen varierer efterfølgende. De efterfølgende flydergeometrier er afarter af denne geometri, for henholdsvis at minimere strømningstab og maksimere den lodrette bølgebelastning på flyderen.

Forskellige flydergeometrier gennemregnes for regelmæssige bølger med variabel bølgeperiode. Lodrette og vandrette bølgebelastninger, samt hydrodynamiske masse- og dæmpningskoefficienter, bestemmes.

Den optimale flyderdiameter afhænger af bølgeklimaet samt responsen af hele systemet (effekt-udtaget samt stivheder i forankring mv., se følgende afsnit 3.1). Det ligger ud over denne rapport at optimere størrelsen af flyderen til et givent bølgeklima for et givent forankringssystem.

1.1 Begrænsninger for benyttet teori

Følgende overordnede begrænsninger er gældende for de benyttede beregninger. Begrænsningerne er uddybet efterfølgende. Begrænsningerne medfører, at de præsenterede resultater kun kan opfattes som tilnærmede værdier.

- Der benyttes potentialteori. Dette betyder f.eks. at energitab pga. hvirveldannelser ikke vil optræde. I virkeligheden vil der især for kantede geometrier optræde hvirveldannelser.
- 1. ordens teori. Flyderudformning over middelvandspejl undersøges ikke.
- Bevægelserne af flyderen antages små i forhold til flyderens udstrækning.

Potentialteori

Potentialteori anvendes for store konstruktioner. En konstruktion er stor, når konstruktionens udstrækning i forhold til væskepartiklernes vandring, er stor. I praksis benyttes ofte håndreglen (svarende til Keulegan-Carpenter tal $KC \leq 5$):

$$\sqrt{A} / L > 0.2$$

hvor

A er et karakteristisk vandret tværsnitsareal
 L er længden af de indkomne bølger.

(1)

For de i denne rapport beregnede flyderudformninger er formel (1) strengt taget kun opfyldt for $L < 44\text{m}$ (bølgefrequenser $f > 0.2\text{Hz}$). I denne rapport benyttes imidlertid potentialteori for hele frekvensområdet (0.01 til 0.35Hz, se efterfølgende kapitel 5).

Er formel (1) overholdt kan der ses bort fra virkningen af separation og dermed viskose kræfter. Antages vandet endvidere usammentrykkeligt (kontinuitetsligningen forsimples), taler man om en ideal væske. Der kan med rimelighed antages rotationsfri strømning ($\text{rot } \vec{v} = 0$), hvorved strømmingen betegnes potentialstrømning. Disse antagelser og forudsætninger medfører, at i stedet for at løse Navier-Stokes's ligninger for strømmingen, kan den lineære Laplace-ligning løses for hastighedspotentialerne.

1. ordens teori (lineær teori)

Der benyttes 1. ordens teori hvor Laplace-ligningen løses korrekt til middelvandspejlet. Overfladeelevationen i et punkt kan f.eks. herved beskrives ved en cosinus-bevægelse. Da beregningerne kun udføres fra middelvandspejlet og nedefter tages ikke hensyn til flydergeometrien over middelvandspejlet.

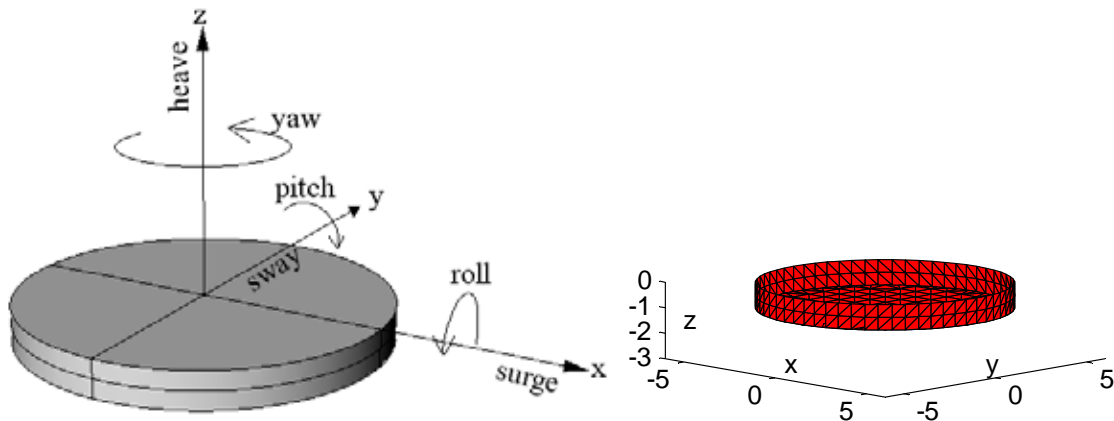
1. ordens bølgeteori kan ikke benyttes for bølger nær brydning, dvs. teorien er ikke gyldig i kystnære områder på meget lave vanddybder. En meget vigtig egenskab ved 1. ordensteori er desuden, at alle bidrag lineariseres, hvorved lineær er superposition mulig. For yderligere information vedr. 1.ordens bølgeteori henvises til gængs standard litteratur inden for bølgehydraulikken.

Små flyderbevægelser

Beregningen af bølgekræfterne og de hydrodynamiske koefficienter forudsætter, at flydergeometrien under middelvandspejlet ikke ændrer form. I virkeligheden vil de lodrette bevægelser af Wave Star flyderen være store, hvorved der vil optræde store ændringer i flyderens volumen under middelvandspejlet. Når flyderen er i den øverste position, vil flyderen være helt ude af vandet, og i den nederste position forventes den at være i en tilstand lig den i denne rapport præsenterede. De i denne rapport præsenterede bølgekræfter og hydrodynamiske koefficienter gælder derfor kun for flyderen i nederste position, og bør således ikke umiddelbart benyttes i overgangen hvor flyderen bevæges ud af vandet.

2 Definition af frihedsgrader

Påvirkninger (bølgekræfter og hydrodynamiske koefficienter) af Wave Star regnes i et koordinatsystem med nulpunkt $(x,y,z)=(0,0,0)$ beliggende i centrum af flyderen i overfladen. Da flyderen betragtes som et stift legeme kan bevægelserne beskrives vha. 6 frihedsgrader. Koordinatsystemet placeres med x- og y-aksen i det vandrette plan og z-aksen lodret med den positive retning opad. Bevægelsen frem og tilbage langs x-aksen kaldes surge (1), bevægelsen langs y-aksen kaldes sway (2) og bevægelsen langs z-aksen kaldes heave (3). Rotationen om de pågældende akser betegnes om x-aksen som roll (4), om y-aksen som pitch (5) og om z-aksen som yaw (6). De forskellige bevægelsesretninger er illustreret på nedenstående Figur 1.



Figur 1. Venstre: Principskitse af de seks frihedsgrader. Højre: Eksempel på elementmodel.

Frekvensresponsen for regelmæssige bølger er generelt beregnet for en bølgeamplitude på 1 meter. Da det er et lineært system, der behandles, kan de faktiske kræfter bestemmes ved at multiplicere med den aktuelle bølgeamplitude.

I det følgende bestemmes kræfter for bølger i x-retningen. Herved opstår bølgekræfter svarende til surge og heave samt momenter i pitch, dvs. bølgekræfter og momenter svarende til sway, roll og yaw er nul. I det følgende præsenteres udelukkende de lodrette (heave) og de vandrette (surge) bølgekræfter. Resultater svarende til pitch forefindes på vedlagte CD.

3 Beregning af kræfter

Følgende tekst er frit oversat til dansk og forkortet efter Faltinsen (1990, side 39-43), hvortil der henvises for uddybende forklaringer.

Da det er muligt at få resultater for uregelmæssige bølger ved hjælp af lineær superposition, er det ud fra en hydrodynamisk synspunkt tilstrækkeligt at analysere konstruktionen for indkomne bølger med lille bølgestejlhed. Vi antager at der ikke er effekter af begyndelsesbetingelserne. Herved er de lineære dynamiske bevægelser og kræfter på konstruktionen harmonisk oscillerende med den samme frekvens som bølgebelastningerne. Det hydrodynamiske problem behandles som to delproblemer:

- A. Bølgekræfter og momenter på konstruktionen når konstruktionen er fastholdt (ingen bevægelser). De hydrodynamiske kræfter består af de såkaldte Froude-Krylov kræfter og diffraktionskræfter.
- B. Kræfter og momenter på konstruktionen når konstruktionen påvirkes af en tvungen oscillerende bevægelse med samme frekvens som bølgefrequensen. Der er ingen indkomne bølger. De hydrodynamiske reaktionskræfter identificeres som hydrodynamisk masse og dæmpning. Hydrodynamisk masse er i modfase med konstruktionens acceleration, og dæmpningen er i modfase med hastigheden.

3.1 Bevægelsesligningen

Formålet med de følgende beregninger er at bestemme hydrodynamisk masse, dæmpning og bølgekræfter. Bevægelsesligningen af et lineært system kan formuleres på følgende måde i frekvensdomænet:

$$\mathbf{M}(\omega)\ddot{\mathbf{U}}(\omega) + \mathbf{C}(\omega)\dot{\mathbf{U}}(\omega) + \mathbf{K}\mathbf{U}(\omega) = \mathbf{F}(\omega) \quad (2)$$

hvor

M : Massematricen rummer bidrag fra masse (**m'**) og hydrodynamisk masse (**m**).

C : Dæmpningsmatricen.

K : Stivhedsmatricen, indeholder bidrag fra opdrift (**k**) og forankring (**k'**).

F : Bølgebelastningsvektor (kompleks).

U : Flytningsvektor (kompleks). \dot{U} er hastighed og \ddot{U} er acceleration.

ω : Cirkulær frekvens, $\omega = 2\pi \cdot f$ (f er frekvensen).

Da systemet har 6 frihedsgrader indeholder matricen for dæmpning og hydrodynamisk masse 6*6 elementer for hver frekvens. Alle disse koefficienter er beregnet, men i det følgende præsenteres udelukkende resultater for surge for påvirkning i x-retningen (element nummer 1,1 i matricen) og for heave for påvirkning i z-retningen (element 3,3 i matricen). Samtlige koefficienter forefindes på vedlagte CD.

Bølgekraften er i det følgende angivet ved den reelle amplitude F_{reel} og fase Δ . Følgende eksempel viser omregningen fra en reel bølgekraft til en kompleks bølgekraft:

$$F_{kompleks} = F_{reel} \cdot (\cos(\Delta) + i \cdot \sin(\Delta)) \quad (3)$$

4 Flydergeometrier

Den geometriske udformning af et rumligt legeme kan generelt have:

- A) kantede overflader med plane plader (f.eks. kileformet)
- B) 2D-krumme overflader (f.eks. en cylinder med plan horisontal bund)
- C) 3D-krum overflade (f.eks. kugleudsnit).

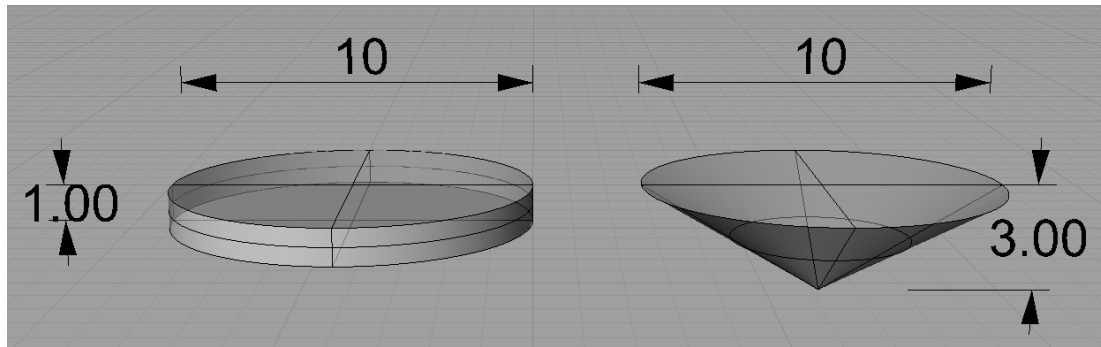
Kantede plane udformninger er nemme at udføre i praksis f.eks. som sammensvejsede jernplader. Krumme eller dobbeltkrumme overflader er generelt dyrere at udføre da de kræver mere forarbejdning med avanceret apparatur.

Ved valg af optimal flydergeometri skal derfor såvel hydrauliske overvejelser og konstruktionsmæssige problemstillinger indgå. Flyderne til Wave Star tænkes udført i glasfiber, da dette giver lavest mulig vægt og høj styrke. Samtidig kan forholdsvis komplicerede geometrier udføres uden store ekstra omkostninger. Dette giver stor designfrihed. Derfor undersøges i det følgende kun geometrier med krumme flader, givet som punkt B) og C) ovenfor.

4.1 Valg af displacement og diameter

Udgangspunktet for beregningerne er en flyderdiameter i vandgangssnittet på 10m og en dybgang på 1m, svarende til et volumen V under vandgangssnittet på $V=78.5\text{m}^3$. Rumvægten af det salte havvand sættes til 1025kg/m^3 , hvorved volumenet modsvarer et displacement på 80.5 ton. Flyderudformningen over vandgangssnittet har ingen indvirkning på beregningerne, da den benyttede potentialteori benytter 1. ordens bølgeteori. I det følgende betragtes derfor udelukkende flyderudformningen fra vandgangssnittet og nedefter.

For at opnå samme volumen af f.eks. en kegleformet konstruktion med spidsen nedad og en cylinder, vil den kegleformede konstruktion skulle stikke dybere (3 gange så dybt). Følgende figur giver en fornemmelse af forholdet mellem dybgang og diameter.



Figur 2. Venstre: Cylinder med diameter på 10m og dybgang på 1.0m. Højre: Kegel med samme top-diameter og volumen som cylinderen, men med dybgang på 3m.

4.2 Detaljeret beskrivelse af undersøgte udformninger

Det er valgt at undersøge en flyder udformet af geometrier bestående af fladbundede cylindre, kegleudsnit og kugleudsnit. Bløde overgange mellem konstruktionsdelene med forskellig krumning kunne have indflydelse på den hydrauliske modstand. Udformninger med varierende hjørneradier mellem del-elementer er derfor undersøgt.

For de fladbundede cylindre varieres forholdet mellem diameteren D og dybgangen b . b sættes konstant lig 1m, og D varieres mellem 8 og 12m i 1m intervaller, svarende til forholdet D/b mellem 8 og 12. Disse udformninger har således forskellig diameter, areal i vandgangssnittet og dermed også konstruktionsvolumen.

For alle øvrige geometrier (svarende til type II, III og IV angivet efterfølgende) tilpasses dybgangen, således $V \cong 78,5\text{m}^3$, svarende til volumenet af den fladbundede cylinder med diameteren på 10m. En 2% afvigelse fra dette volumen er accepteret ved modelgenereringen (se Tabel 1). Alle type II, III og IV modellerne har samme diameter i vandgangssnittet $D=10\text{m}$ og samme fladeareal i vandgangssnittet $A=78.5\text{m}^2$. Herved er direkte sammenligning af resultaterne mulig.

I alt er 14 forskellige flydergeometrier undersøgt med følgende geometriske udformninger:

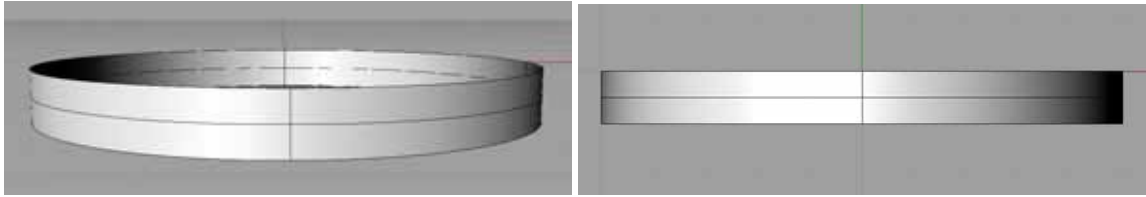
- I. **Fladbundede cylindere:** Diameter på 8, 9, 10, 11, 12m, alle med en dybgang på 1m. I alt 5 modeller
- II. **Kegle med lodrette sider.** Vertikal kegleudsnit på 300cm, 10 og 20cm. Hjørneradius på 10cm-modellen: 40cm. Hjørneradius på 20cm-modellen: 10 og 40cm. I alt 4 modeller.
- III. **Kuglekalot med stor krumningsradius og lodrette sider.** Vertikal kugleudsnit på 10 og 20cm, samt en model uden lodrette sider. Hjørneradius på 10cm-modellen: 40cm. Hjørneradius på 20cm-modellen: 10 og 40cm. Kugleradius er tilpasset således størrelsen af den vertikale kugleudsnit og snit-diameteren på 10m er opfyldt. I alt 4 modeller.
- IV. **Model med spids.** Denne model er udarbejdet af Per Resen Steenstrup i CATIA.

Detaljer for udformningerne er angivet i Tabel 1 og flydergeometrierne er vist grafisk på Figur 3 til 12.

Tabel 1. Geometriske udformninger med angivelse af dybgang og volumen. $R_{\text{hjørne}}$ er hjørneradius mellem kugle/kegle-flade og cylinder flade. R_{kugle} er kugleradius.

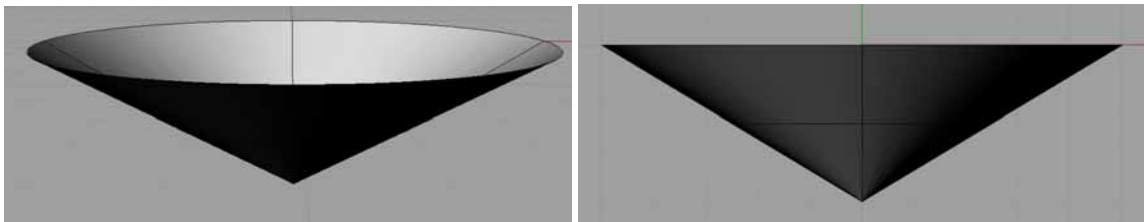
Type	Navn på figurer	Geometrisk udformning	Dybgang b [m]	Volumen [m ³]	Filnavn på CD
I Fladbundede cylindere	D/b=8	Diameter 8m	1,00	50,3	B1_cylinder_08m
	D/b=9	Diameter 9m	1,00	63,6	B2_cylinder_09m
	D/b=10, Cylinder	Diameter 10m	1,00	78,5	A0_cylinder_10m
	D/b=11	Diameter 11m	1,00	95,0	B3_cylinder_11m
	D/b=12	Diameter 12m	1,00	113,1	B4_cylinder_12m
II Kegleformet bund	Kegle	Vertikal kegleledel 3,0m ("ren" keglestub)	3,00	78,5	C1_cone_00cm
	Kegle10R40	Vertikal kegleledel 0,10m, $R_{\text{hjørne}}$ 0,40m	1,07	77,6	C2_cone_10cm
	Kegle20R10	Vertikal kegleledel 0,20m, $R_{\text{hjørne}}$ 0,10m	1,13	78,5	C3_cone_20cm_R10
	Kegle20R40	Vertikal kegleledel 0,20m, $R_{\text{hjørne}}$ 0,40m	1,13	77,6	C4_cone_20cm_R40
III Kugleformet bund	Kugle	R_{kugle} 7,5m ("rent" kugleudsnit uden cylinderdel)	1,91	78,5	D1_kugle_00cm
	Kugle10R40	Vertikal kugleledel 0,10m, $R_{\text{hjørne}}$ 0,40m, R_{kugle} 125m	1,05	77,6	D2_kugle_10cm_R40
	Kugle20R10	Vertikal kugleledel 0,20m, $R_{\text{hjørne}}$ 0,10m, R_{kugle} 63m	1,10	78,5	D3_kugle_20cm_R10
	Kugle20R40	Vertikal kugleledel 0,20m, $R_{\text{hjørne}}$ 0,40m, R_{kugle} 63m	1,10	77,7	D4_kugle_20cm_R40
IV Spidsformet bund	Spidsformet	Intuitiv god udformning til maksimering af lodrette bølgelaster og minimering af vandrette bølgelaster	3,00	80,4	naese1

I: Fladbundede cylindre

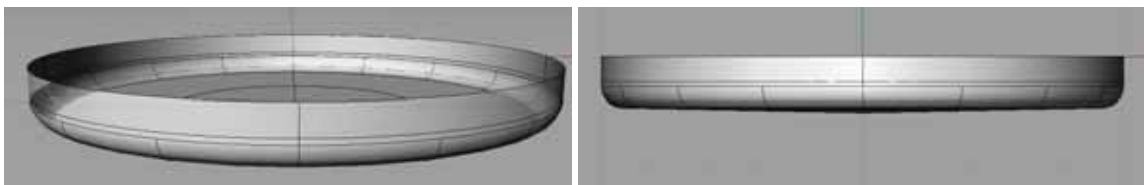


Figur 3. Fladbundede cylindre. Vist i 3D (venstre) og i y/z-koordinatsystem (højre).

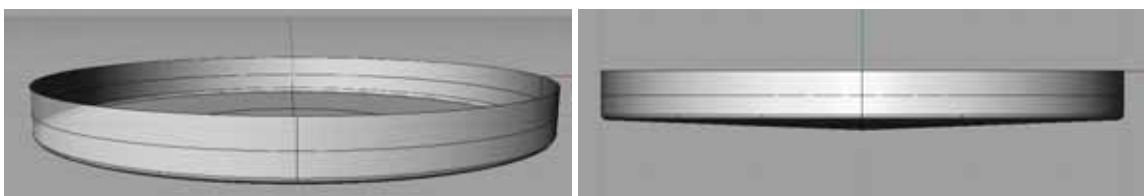
II: Kegleformet bund



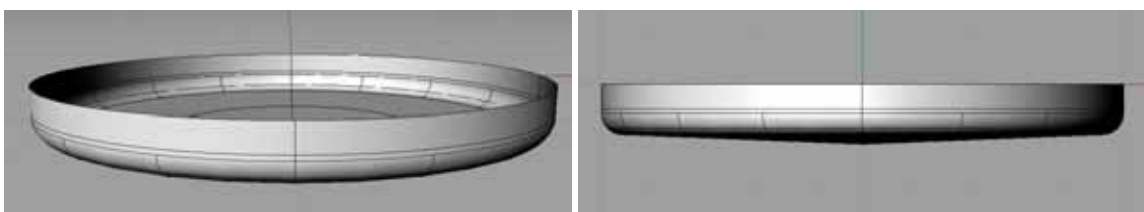
Figur 4. Kegleformet bund, "Kegle". Vist i 3D (venstre) og i y/z-koordinatsystem (højre).



Figur 5. Kegleformet bund, "Kegle10R40". Vist i 3D (venstre) og i y/z-koordinatsystem (højre).

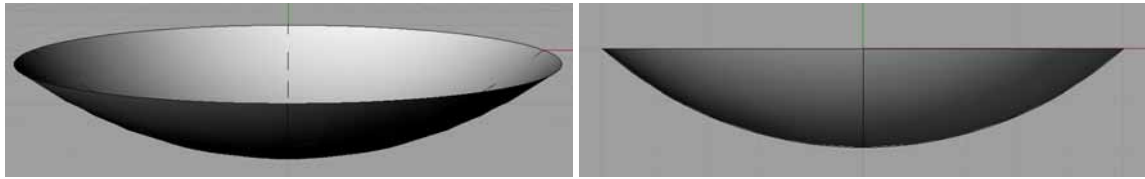


Figur 6. Kegleformet bund, "Kegle20R10". Vist i 3D (venstre) og i y/z-koordinatsystem (højre).

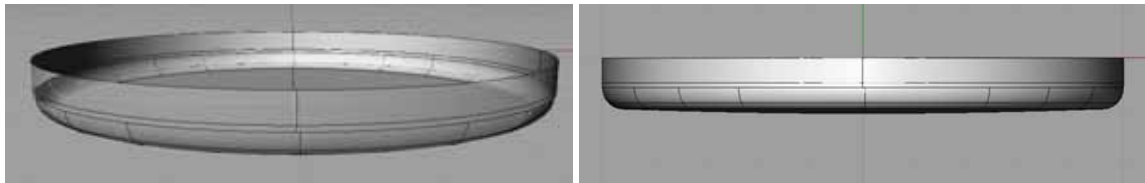


Figur 7. Kegleformet bund, "Kegle20R40". Vist i 3D (venstre) og i y/z-koordinatsystem (højre).

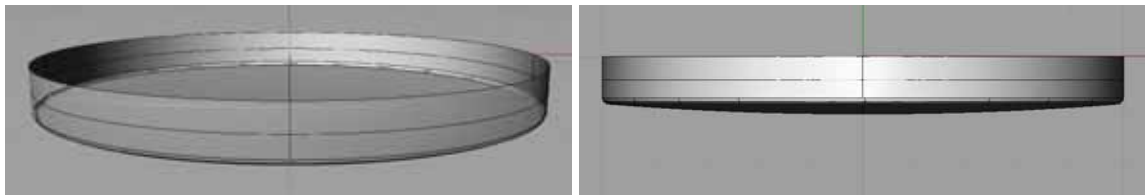
III: Kugleformet bund



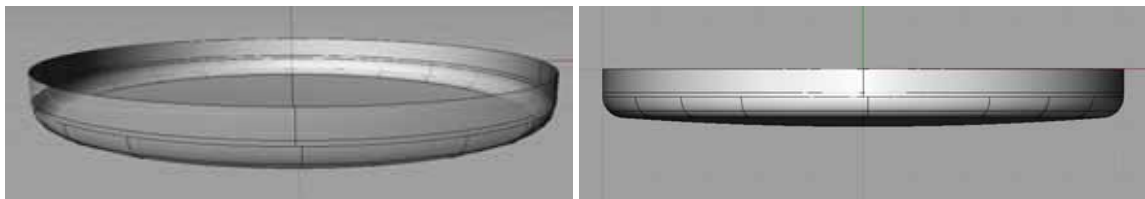
Figur 8. Kugleformet bund, "Kugle". Vist i 3D (venstre) og i y/z-koordinatsystem (højre).



Figur 9. Kugleformet bund, "Kugle10R40". Vist i 3D (venstre) og i y/z-koordinatsystem (højre).

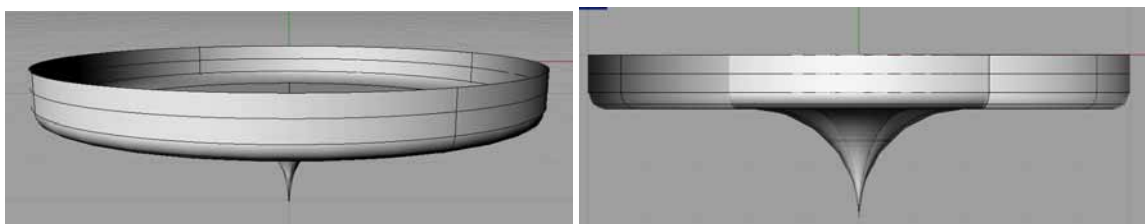


Figur 10. Kugleformet bund, "Kugle20R10". Vist i 3D (venstre) og i y/z-koordinatsystem (højre).



Figur 11. Kugleformet bund, "Kugle20R40". Vist i 3D (venstre) og i y/z-koordinatsystem (højre).

IV: Spidsformet bund



Figur 12. Spidsformet bund. Vist i 3D (venstre) og i y/z-koordinatsystem (højre).

5 Undersøgte bølgetilstande

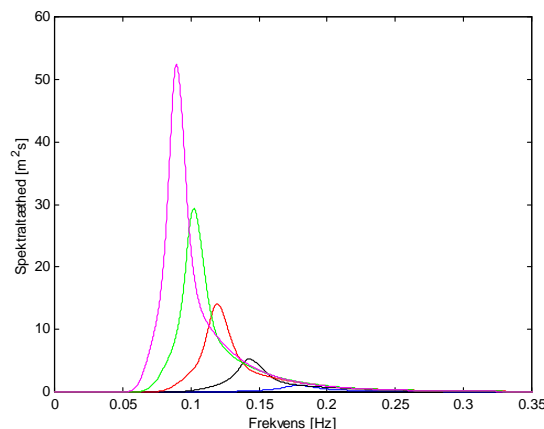
Som angivet i efterfølgende Tabel 2 skal Wave Star undersøges for et bølgeklima svarende til det typisk forekommende bølgeklima i Nordsøen. Peak Periode T_p og signifikant bølgehøjde H_s karakteriserer det anvendte bølgespektrum, i dette tilfælde JONSWAP-spektret med en peak enhancement faktor på 3,3.

Søtilstand H_s [m]	<0.5	1	2	3	4	5	>5.5
T_p [sek]		5,6	7,0	8,4	9,8	11,2	
Effekt pr meter [kW/m]	-	2	12	32	66	115	>145
Timer pr. år	966	4103	1982	944	445	211	119
Sandsynlighed [%]	11,0	46,8	22,6	10,8	5,1	2,4	1,4
Bidrag til middeleffekt [kW/m]	-	0,94	2,71	3,46	3,37	2,76	2,77

Tabel 2 Bølgeklima i Nordsøen

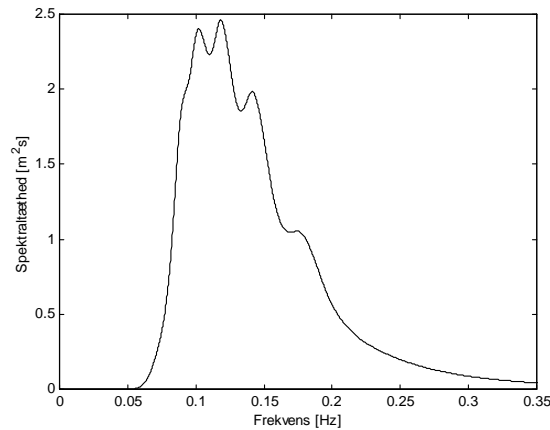
Den gennemsnitlige effekt til rådighed i bølgerne beregnes som summen af den nederste række i Tabel 2 til 16 kW pr. meter bølgefront (jvf. *Bølgekraftprogram*).

På Figur 13 er spektraltætheden (som svarer til energien i bølgefeltet) vist for de forskellige søtilstande. Den blå kurve svarer til søtilstanden med $T_p = 5,6$ sek og den lilla til søtilstanden med $T_p = 11,2$ sek.



Figur 13 JONSWAP spektre. T_p for spektrene: 5.6, 7.0, 8.4, 9.8, 11.2 sek (fra højre mod venstre).

For at få et indtryk af, ved hvilke frekvenser energien er koncentreret, beregnes summen af de 5 spektre multipliceret med sandsynligheden for den pågældende bølgetilstand. Dette spektrum kan betegnes som et middel-spektrum.



Figur 14 Middelsspektrum for de 5 bølgetilstande

Det vigtige med Figur 14 er at forstå, at energien er fordelt over et bredt frekvensområde med perioder mellem cirka 5 og 12 sekunder (frekvenser mellem 0,08 og 0,20Hz). Herudover kan frekvensresponsen sammenholdes med energiindholdet i den virkelige bølge (Figur 14) og det kan vurderes, hvordan eventuelle konstruktionsmæssige forbedringer bør foretages.

Det vælges at undersøge området:

Frekvens: 0,01 - 0,35 Hz

Periode: 100 – 2,86 sekunder

Bølgelængde: 15,6km – 12,8m (dybt vand, lineær bølgeteori)

Bølgelængde: 1,4km – 12,8m (vanddybde 20m, lineær bølgeteori)

Analyserne gennemføres for 35 regelmæssige bølger med frekvenser i step på 0.01Hz.

Nummer	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
f [Hz]	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.10	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17
T [sek]	100	50	33	25	20	16.7	14.3	12.5	11.1	10.0	9.1	8.3	7.7	7.1	6.7	6.3	5.9
L_0 [m]	15629	3907	1737	977	625	434	319	244	193	156	129	109	92	80	69	61	54
L_1 [m]	1400	697	462	343	271	222	187	160	139	121	107	94	84	74	66	59	53

Nummer	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
f [Hz]	0.18	0.19	0.20	0.21	0.22	0.23	0.24	0.25	0.26	0.27	0.28	0.29	0.30	0.31	0.32	0.33	0.34	0.35
T [sek]	5.56	5.26	5.00	4.76	4.55	4.35	4.17	4.00	3.85	3.70	3.57	3.45	3.33	3.23	3.13	3.03	2.94	2.86
L_0 [m]	48	43	39	35	32	30	27	25	23	21	20	19	17	16	15	14	14	13
L_1 [m]	48	43	39	35	32	30	27	25	23	21	20	19	17	16	15	14	14	13

Tabel 3 Undersøgte bølger. L_0 er bølgelængden på dybt vand. L_1 er bølgelængden på 20m vand.

Som omtalt indledningsvis undersøges flydergeometrierne udelukkende for regelmæssige bølger, således der ikke tages hensyn til energifordelingen i Figur 14.

5.1 Bølgelængden efter lineær bølgeteori

Lineær bølgeteori betegnes også ofte 1. ordens bølgeteori. Bølgelængden kan efter lineær bølgeteori bestemmes vha. dispersionsligningen. Denne er opskrevet i lidt forskellige udgaver i (4).

$$\begin{aligned}\omega^2 &= gk \tanh(kh) \\ \Updownarrow \\ c &= \sqrt{\frac{gL}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi h}{L}\right)} \\ \Updownarrow \\ L &= \frac{gT^2}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi h}{L}\right)\end{aligned}\tag{4}$$

k er bølgetallet, $k = 2\pi/L$

ω er cyklisk frekvens, vinkelhastighed, $\omega = 2\pi/T$

c er bølgeformens udbredelseshastighed, fasehastigheden, $c = L/T$

L er bølgelængden

T er bølgeperioden, $T = 1/f$ (f er frekvensen)

h er vanddybden

g er tyngdeaccelerationen, $g = 9.81\text{m/s}^2$.

Kendes vanddybden og bølgeperioden kan bølgelængden findes ved iteration i f.eks. den nederste ligning i (4). Såfremt vanddybden er stor i forhold til bølgelængden betegnes tilstanden som *dybt vand*. Bølgen vil på dybt vand ikke kunne mærke havbunden og partikelbevægelserne i bølgerne vil følge cirkelbaner. Da $\tanh(x) \rightarrow 1$ for $x \rightarrow \infty$, altså

for $h/L \rightarrow \infty$, kan (4) på dybt vand skrives som $L = \frac{gT^2}{2\pi} \cong 1.56T^2$.

6 Forundersøgelser

Når flyderen bevæges op og ned med en given frekvens vil der skabes en ringbølge med samme frekvens. Denne ringbølge vil således have samme bølgelængde som en indkommen bølge med samme frekvens. Efterfølgende figurer beskriver kræfterne på konstruktionen ved disse frekvenser. Ydermere plottes kræfterne, hvor x-aksen angiver cylinderdiameteren normeret med bølgelængden beregnet efter lineær bølgeteori (beskrevet i afsnit 5.1).

6.1 Normering af variable

Bølgekræfter F langs x, y, og z-akserne har enheden Newton. Disse kan derfor normeres med tyngdekraften af massen af det fortrængte væskevolumen (svarende til volumen af flyderen V). Da massen kan beregnes ud fra vandets massefylde ρ fås:

$$F_{\text{normeret}} = \frac{F}{V\rho g}\tag{5}$$

Hydrodynamisk masse m for bevægelser i surge, sway og heave har enheden kilo og normeres med massen af det fortrængte væskevolumen:

$$\mu = \frac{m}{V\rho}\tag{6}$$

Denne normering sikrer, at direkte sammenligning af koefficienter for heave og surge er mulig uanset den geometriske udformning. Alternativt hertil anvendes for cylindre i

litteraturen ofte normering med $\rho\pi R^3$ for heave og $\rho\pi R^2 b$ for surge (R er radius, b er dybgang).

Dæmpningen d for bevægelser i surge, sway og heave har enheden kg/s (kilo pr sekund), hvilket er det samme som Ns/m (Newton sekunder pr meter). For at gøre dæmpningen dimensionsløs mht. tiden kræves en normering med bølgeperioden T . For at direkte sammenligning med koefficienter for hydrodynamisk masse er mulig vælges en normering med den cirkulære frekvens ω ($\omega = 2\pi/T$). Valget af normering med ω frem for T skyldes, at amplituden for accelerationen i en cosinussvingning er præcis ω gange hastigheden, se evt. bevægelsesligningen i afsnit 3.1. Det er derfor valgt at normere dæmpningen for både surge, sway og heave som følger:

$$\delta = \frac{d}{V\rho\omega} \quad (7)$$

Alternativt hertil anvendes for cylindre i litteraturen ofte normering med $\rho\pi R^3 \omega$ for heave og $\rho\pi R^2 b \omega$ for surge.

Da dæmpningen er i modfase med hastigheden og den hydrodynamiske masse er i modfase med accelerationen, er faseforskellen mellem kræfterne svarende til koefficienterne 90° (de komplekse vektorer står vinkelret på hinanden). Ved den valgte normering er det således muligt at definere et samlet hydrodynamisk modstandstal i henhold til formel (8). Σ_{xx} benyttes til sammenligning af hydrodynamisk modstand for de forskellige flydergeometrier. $\bar{\Sigma}_{xx}$ er en ikke-volumen normeret udgave af det hydrodynamiske modstandstal.

$$\begin{aligned} \Sigma_{xx} &= \sqrt{\mu_{xx}^2 + \delta_{xx}^2} \\ \text{eller} \\ \bar{\Sigma}_{xx} &= \sqrt{m_{xx}^2 + (d_{xx} / \omega)^2} \end{aligned} \quad (8)$$

Det bemærkes, at i denne rapport anvendes græske bogstaver for de normerede hydrodynamiske koefficienter.

6.2 Elementantal i de numeriske modeller

Den numeriske beregningsnøjagtighed afhænger af elementantallet. Der er udført kontrolberegninger for den fladbundede cylinder med diameteren 10m, for kuglesnittet og for keglesnittet. Alle beregningerne er foretaget på vanddybden 20m. Det vides fra tidligere beregningsmodeller med lignende udformninger, at nogle få hundrede elementer er tilstrækkeligt til at opnå god præcision. Formålet var derfor at verificere, om der kunne opnås tilstrækkeligt præcise resultater med en model med cirka 500 elementer. 2 modeller med forskelligt elementantal blev undersøgt. Én model med cirka 500 elementer og én model med cirka 2000 elementer. For yderligere information om konvergensanalyse henvises til Appendiks D vedr. kilde/dræn-teknik.

Det er valgt kun at præsentere resultater for den fladbundede cylinder med diameteren 10m, da samme konklusion blev fundet for de øvrige geometrier. Resultater for to geometrier med hhv. 512 elementer og 1798 elementer er sammenlignet i Appendiks A.1. Det ses af Figur 15 og Figur 16 at de røde og sorte kurver er sammenfaldende. Modellen med 512 elementer har således et tilstrækkeligt elementantal til at opnå ønsket præcision.

Det vurderes, at en inddeling med cirka 500 elementer er tilstrækkeligt også for de øvrige flydergeometrier beskrevet i afsnit 4.2.

6.3 Indvirkninger af vanddybden

Alle beregninger gennemføres for en vanddybde på 20m. Som det fremgår af Tabel 3 er bølgelængderne påvirket af vanddybden. For bølgeperioder $T > 5\text{sek}$ ($f < 0.2$) mærker bølgen havbunden på de 20 meters vanddybde og bliver kortere end bølgen på dybt vand. Sammenholdes dette med energiindholdet i Nordsø-bølgerne vist på Figur 14 ses, at en stor del af bølgespektret er påvirket af vanddybden.

Efterfølgende er resultater for dybt vand (uendelig vanddybde, $L=g/(2\pi) \cdot T^2$) sammenlignet med resultater for vanddybden $h=20\text{m}$ i Appendiks A.2.

Af Figur 17 fremgår, at indvirkningen af vanddybden på bølgekraften er minimal. Vandrette kræfter for vandrette bevægelser forventes ikke påvirket af vanddybden, hvorved de hydrodynamiske koefficienter μ_{11} og δ_{11} skal være upåvirket af vanddybden. Af Figur 18 fremgår, at dette er korrekt.

Langsomme (langperiodiske) lodrette bevægelser forventes derimod at medføre kræfter, som er påvirket af vanddybden. Dette skyldes, at bølgelængden bliver lang i forhold til vanddybden. For hydrodynamisk masse og dæmpning for langperiodiske lodrette bevægelser ($f < 0.2\text{Hz}$) er der en lille forskel på kurverne i Figur 18. For meget langperiodiske bevægelser ($f < \sim 0.05\text{Hz}$) er både den hydrodynamiske masse μ_{33} og dæmpningskoefficienten δ_{33} størst for vanddybden $h=20\text{m}$. Dette kan forklares fysisk ved, at når flyderen oscilleres langsomt lodret vil hele vandsøjlen under flyderen skulle accelereres. For langsomtperiodiske bevægelser vil vandsøjlen derfor så at sige være fastlåst mod lodrette bevægelser ved havbunden, hvorfor de hydrodynamiske kræfter vil blive store.

Af Figur 18 ses, at hydrodynamisk masse $\mu_{33} \rightarrow \sim 4$ for $f \rightarrow 0$ (for uendelig vanddybde), $\mu_{33} \rightarrow \infty$ for $f \rightarrow 0$ (for $h=20\text{m}$) og $\mu_{33} \rightarrow \sim 2$ for $f \rightarrow \infty$ (uanset vanddybden). Disse karakteristika afhænger af flyderudformningen, men er ikke umiddelbart indlysende. Forholdene er nærmere diskuteret i Yeung 1980, hvortil der henvises for nærmere uddybning.

Indvirkningen af vanddybden på dæmpningskoefficienten δ_{33} for $f \rightarrow 0$ er undersøgt nærmere i Appendiks C.

7 Resultater

I det følgende foretages sammenligninger med forventninger til resultaterne. Da de følgende opstillede analogier ikke tager hensyn til diffraktionskræfterne er sammenligningerne med forventningerne kun omtrent. I teksten benyttes derfor ofte "*stort set i overensstemmelse med...*", hvilket underforstået dækker over førnævnte antagelse.

7.1 Betydning af flyderdiameter

Indledningsvis blev det valgt, at gennemføre beregninger med fast dybgang $b=1\text{m}$ og variabel diameter D i intervallet 8 til 12m, hvilket gav forhold D/b i intervallet 8 til 12. Da volumen for de beregnede modeller er større for større D/b , kan de følgende konklusionerne vedr. indvirkningen af D/b benyttes til en kvalitativ vurdering af diameterens indflydelse på kræfterne. Generalisering af resultaterne bør foretages med forsigtighed, således forudsætningen om modellernes forskellige volumen erindres. Figurer til dette afsnit forefindes i Appendiks A.3.

7.1.1 Lodrette bølgekræfter

Af Figur 19 (øverst venstre) fremgår ikke overraskende, at for stigende D/b (større diameter og forøget volumen) bliver de vertikale bølgekræfter større. Af Figur 19 (øverst højre) fremgår, at normeres den vertikale bølgekraft med D/b , bliver den normerede vertikale bølgekraft større for stigende værdier af D/b . Dette skyldes, at en forøgelse af D/b medfører en forøgelse af arealet i vandgangssnittet med en faktor D^2 . Af Figur 19 (nederst venstre) fremgår, at normeres den lodrette bølgekraft med ρVg bliver bølgekraften større for mindre værdier af D/b . Arealet i vandgangssnittet i forhold til volumenet beskrives:

$$\frac{A_{x/y, \text{vandgangssnit}}}{V} = \frac{\frac{1}{4}\pi D^2}{\frac{1}{4}\pi D^2 b} = \frac{1}{b} \quad (9)$$

Da b er konstant, er forholdet i formel (9) konstant. Dette betyder, at for samme bølgelængde i forhold til diameter, bør den lodrette bølgekraft være stor set upåvirket af D/b . Dette ses at være i overensstemmelse med Figur 19 (nederst højre). Forskellen på kurverne for den lodrette bølgekraft i Figur 19 (nederst venstre) kan derfor forklares ved, at kurverne er forskudt langs x-aksen svarende til diameteren i forhold til bølgelængden.

7.1.2 Vandrette bølgekræfter

Af Figur 19 (øverst venstre) fremgår ikke overraskende, at for større D/b (større diameter) bliver den horisontale bølgekraft større. Af Figur 19 (øverst højre) fremgår at kurverne for de normerede (med D/b) vandrette bølgekræfter er stort set sammenfaldende, hvilket betyder at bølgekraften er proportional med diameteren. Dette forklares ved følgende. Arealet af flyderen projiceret vinkelret på bølgeudbredelsesretningen (y/z -koordinatsystemet, se Figur 1 og Figur 3) er $A_{y/z}=b \cdot D$. Dette areal har følgende størrelse i forhold til D/b :

$$\frac{A_{y/z}}{D/b} = \frac{bD}{D/b} = b^2 \quad (10)$$

Formel (10) beskriver, at såfremt b er konstant, er arealet i forhold til D/b konstant. Da kurverne er sammenfaldende betyder dette, at den vandrette bølgekraft er proportional med arealet.

Kurverne for de vandrette bølgekræfter på Figur 19 (øverst højre) krydser hinanden omtrent ved frekvensen 0.25-0.30Hz. I følge Tabel 3 svarer disse frekvenser til bølgelængder på mellem 17m og 25m. Kurverne krydser således hinanden omtrent ved bølgelængder svarende til 2 gange diameteren, $L=2 \cdot D$.

Af Figur 19 (nederst) fremgår, at de vandrette bølgekræfter normeret med ρVg generelt aftager for stigende D/b . $A_{y/z}$ har følgende størrelse i forhold til volumenet:

$$\frac{A_{y/z}}{V} = \frac{bD}{\frac{1}{4}D^2 \pi b} = \frac{4}{D\pi} \quad (11)$$

Formel (11) beskriver, at en forøgelse af D/b (større diameter) giver en formindskelse af arealet i forhold til volumenet. For stigende værdier af D/b må den med ρVg normerede vandrette bølgekraft derfor forventes at være mindre. Dette er i overensstemmelse med Figur 19 (nederst).

Forholdet mellem de vandrette og lodrette bølgekræfter er vist på Figur 20. Det fremgår, at for $f \rightarrow 0$ er den vandrette bølgekraft minimal. For større frekvenser (kortere bølger) er den vandrette bølgelast derimod stor i forhold til den lodrette bølgelast. Det fremgår f.eks. af Figur 20 (venstre), at for $f=0.2\text{Hz}$ er den vandrette bølgekraft cirka 40% af den lodrette bølgekraft. For $f \cong 0.35\text{Hz}$ er den lodrette og den vandrette bølgekraft omtrent lige store. Det fremgår yderligere, at kurverne for større værdier af D/b ligger øverst, hvilket som forklaret ovenfor, hovedsageligt skyldes at den vandrette normerede bølgekraft er mindre for større flyderdiametre.

7.1.3 Hydrodynamiske koefficienter

For surge er koefficienterne generelt meget små pga. den beskedne dybgang. Af Figur 21 (nederst, højre) ses, at dæmpningen for surge er størst for de mindste flydere. Dette kan forklares som for den vandrette bølgekraft analogt med formel (11), se ovenfor. Det fremgår af Figur 21, at jo større diameter des større koefficienter for heave. Dette skyldes at vandet under flyderens bund har svært ved at "dræne væk" og derfor holder flyderen fast. Efterfølgende er en anden normering af de hydrodynamiske koefficienter for heave undersøgt (normering med $\rho\pi R^3$ og $\rho\pi R^3\omega$ for hhv. m_{33} og d_{33}), se Figur 23 og Figur 24. Det fremgår, at kurverne omtrent følger hinanden, hvorved det kan konkluderes at koefficienterne er proportionale med flyderens diameter i tredje potens. Det fremgår yderligere af figurerne, at for større cylinderdiametre er den konstante værdi af δ_{33} stigende for $f \rightarrow 0$. Disse konstanter kan efter Yeung (1980) beregnes som angivet i Tabel 4.

Tabel 4. Dæmpningskoefficienter for $f \rightarrow 0$ beregnet efter Yeung (1980), h er vanddybden på 20m.

Radius R [m]	$\frac{d_{33}}{\rho V \omega} = \frac{\pi R}{4h}, f \rightarrow 0$, se Figur 21	$\frac{d_{33}}{\rho \pi R^3 \omega} = \frac{\pi R^2}{4h}, f \rightarrow 0$, se Figur 23
4.0	0.16	0.63
4.5	0.18	0.80
5.0	0.20	0.98
5.5	0.22	1.19
6.0	0.24	1.41

Der er god overensstemmelse mellem værdierne efter Yeung (1980) i Tabel 4 og de i Figur 21 og Figur 23 viste. Der henvises i øvrigt til Yeung (1980) (især figur 5 i Yeungs artikel) for tilsvarende kurver for dæmpning og hydrodynamisk masse svarende til et bredt interval af cylinderdiametre. Se desuden flere kommentarer i Appendiks C.

Af Figur 22 fremgår, at dæmpningskoefficienten i heave er 0.2 til 0.45 gange så stor som den hydrodynamiske masse. I gennemsnit er størrelsen af dæmpningskoefficienten i heave 34% af den hydrodynamiske masse for det beregnede frekvensinterval. Søges de hydrodynamiske koefficienter for heave minimeret ved geometriske ændringer, bør der således især fokuseres på en minimering af den hydrodynamiske masse.

7.2 Kegleformet bund

Kurverne for flyderne med kegleformet geometri angivet i Appendiks A.4 følger generelt samme forløb som kurverne for den fladbundede cylinder. Det fremgår af Figur 25, at de lodrette bølgekræfter er marginalt større for de afrundede geometrier, samt at de vandrette bølgekræfter er lidt mindre end for den fladbundede cylinder. De afrundede geometrier har således en positiv effekt på såvel lodrette og vandrette bølgekræfter. I alt bliver forholdet mellem de vandrette og de lodrette bølgekræfter derfor mindsket, se Figur 26.

Det fremgår yderligere, at den kegleformede geometri er udsat for de største lodrette bølgekræfter og de mindste vandrette bølgekræfter.

Den vandrette bølgekraft er generelt mindre for de afrundede geometrier, hvilket skyldes de mere strømlinede udformninger. For keglen er den lodrette bølgekraft bemærkelsesværdigt større ved høje frekvenser end for den fladbundede cylinder. Dette skyldes formentlig, at en mindre andel af bølgen reflekteres, hvorved en større andel af bølgeenergien kan give anledning til lodrette kræfter.

Af Figur 27 fremgår, at den hydrodynamisk masse i heave er mindre for de afrundede geometrier. Hydrodynamisk masse i surge er marginalt større for keglen og marginalt mindre for de afrundede geometrier. At keglen har en større hydrodynamisk masse i surge forventes at skyldes, at arealet af flyderen projiceret vinkelret på bølgen er væsentligt større (50% større) for keglen end for cylinderen. Dæmpning i surge er marginalt mindre end for den fladbundede cylinder, men derimod større i heave. Som forklaret i afsnit 7.1.3 er størrelsen af dæmpningen for den samlede hydrodynamiske modstand lille i forhold til den hydrodynamiske masse. På Figur 28 er det samlede hydrodynamiske modstandstal sammenlignet. Det fremgår, at for de afrundede geometrier er den vertikale hydrodynamiske modstand mindre end for cylindren, omend kun nogle få procent. Keglegeometrien har derimod et hydrodynamisk modstandstal cirka 10-15% mindre end for cylindren. At den hydrauliske modstand er mindre betyder, at vandet yder mindre modstand mod flyderen, når den påtvinges en harmonisk lodret bevægelse.

7.3 Kugleformet bund

Kurverne for flyderne med kugleformet geometri er angivet i Appendiks A.5. Kurverne for de kugleformede geometrier følger til forveksling kurverne for de kegleformede geometrier. En nærmere undersøgelse viser, at præcis de samme konklusioner som for de kegleformede geometrier angivet i afsnit 7.2 kan udledes, hvorfor de ikke vil blive gengivet. Bølgekræfter og hydrodynamiske koefficienter for den kugleformede flydergeometri er således omtrent de samme som for den kegleformede geometri, se mere herom i efterfølgende afsnit 7.4.

Flyderen med den rene kugleflade er udsat for de største lodrette bølgekræfter og har det mindste hydrodynamiske modstandstal.

7.4 Spidsformet bund, sammenligning med kugle- og kegleform

Kurverne for flyderen med spidsformet bundgeometri er angivet i Appendiks A.6. Kurverne for den spidsformede bundgeometri følger generelt samme forløb som for den fladbundede cylinder. Den spidsformede geometri har marginalt større lodrette bølgekræfter og marginalt mindre vandrette bølgekræfter end den fladbundede cylinder, se Figur 33. Forholdet mellem de vandrette og lodrette kræfter er imidlertid ikke lige så markant afvigende fra cylindergeometrien som for kegle- og kuglegeometrien, se Figur 34. μ_{33} er noget mindre, men δ_{33} lidt større end for cylindergeometrien, se Figur 35. Det samlede hydrodynamiske modstandstal er 5-10% mindre end for cylindergeometrien, se Figur 36. Det samlede hydrodynamiske modstandstal for den spidsformede geometri er imidlertid 5-10% større end for kegle og kuglegeometrien.

Flyderen med spidsformet bund er således udsat for større lodrette bølgekræfter og har et mindre hydrodynamiske modstandstal end cylinderen. Forholdene er imidlertid ikke lige så markante som for kegle- og kuglegeometrien.

8 Opsummering

Beregningerne i denne rapport af bølgekræfterne og de hydrodynamiske koefficienter for Wave Star flyderen, er foretaget med potentialteori under antagelsen af små bevægelser. De følgende konklusioner gælder således under forudsætning af, at flyderen ikke bevæges ud og ind af vandet, men forbliver med den angivne form. Gennembrydning af overfladen forventes i virkeligheden at give anledning til store slammingkræfter, især for de fladbundede geometrier. Dette forhold afspejles således ikke i de følgende konklusioner. Kun laboratorieforsøg eller eventuelt en mere præcis og kompliceret CFD beregning kan belyse disse forhold.

Generelt er følgende observeret:

Hovedparten af kurverne krydser ikke hinanden, dvs. den øverste kurve i en figur ligger øverst i hele frekvensområdet. Dette betyder f.eks. (efter Figur 19 øverst, venstre) at en større diameter giver større lodrette bølgekræfter uanset bølgefrequensen. Konklusioner for de regelmæssige bølgetilstande kan derfor umiddelbart udvides til også være gældende for en flyder påvirket af uregelmæssige bølgetilstande.

8.1 Flyderudformning

Tabel 5 giver en oversigt over de forskellige flyderudformningers indvirkning på bølgekræfterne og den hydrodynamiske modstand. Tallene i tabellen er alle angivet i forhold til den fladbundede cylinder med diameteren på 10m. I tabellen er to forhold angivet:

- *gennemsnit* angiver et gennemsnit over hele det beregnede frekvensområde (0.01-0.35Hz),
- *spektralt* angiver værdier vægtet efter energiindholdet i det gennemsnitlige Nordsø-spektrum (vist på Figur 14, side 18).

Tabel 5. Oversigt over flyderudformningens betydning. Ikke-volumennormerede koefficienter.

Type	Navn på figurer	Vertikale bølgekræfter $\frac{F_L}{F_{L,Cylinder}}$		Horisontal ift. vertikal bølgekraft $\frac{F_V / F_L}{(F_V / F_L)_{Cylinder}}$		Hydrodynamisk vertikalt modstandstal $\frac{\bar{\Sigma}_{33}}{\bar{\Sigma}_{33,Cylinder}}$	
		gennemsnit	spektralt	gennemsnit	spektralt	gennemsnit	spektralt
I	D/b=8	0.6753	0.6869	1.1032	1.0723	0.5150	0.5225
	D/b=9	0.8309	0.8380	1.0506	1.0370	0.7273	0.7328
	D/b=10, Cylinder	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	D/b=11	1.1773	1.1677	0.9659	0.9793	1.3109	1.3009
	D/b=12	1.3677	1.3458	0.9263	0.9494	1.6918	1.6661
II	Kegle	1.0598	1.0638	0.6611	0.7234	0.8907	0.8975
	Kegle10R40	1.0127	1.0135	0.8934	0.9073	0.9718	0.9742
	Kegle20R10	1.0056	1.0062	0.9470	0.9544	0.9817	0.9831
	Kegle20R40	1.0145	1.0155	0.8794	0.8953	0.9681	0.9707
III	Kugle	1.0540	1.0572	0.6674	0.7231	0.9035	0.9099
	Kugle10R40	1.0134	1.0145	0.8886	0.9033	0.9725	0.9748
	Kugle20R10	1.0062	1.0068	0.9383	0.9466	0.9798	0.9809
	Kugle20R40	1.0153	1.0163	0.8689	0.8861	0.9671	0.9700
IV	Spidsformet	1.0123	1.0132	0.9231	0.9391	0.9665	0.9688

Som det fremgår af Tabel 5 viser beregningerne, at såvel bølgekræfter og hydrodynamiske koefficienter for de komplicerede flydergeometrier (type II, III og IV) kun afviger lidt fra værdierne for den fladbundede cylinder med diameteren 10m. Samtlige komplicerede flydergeometrier er udsat for større vertikale bølgekræfter, mindre horisontale bølgekræfter og har mindre hydrodynamiske modstandstal. Disse forhold er

alle positive og viser, at de komplicerede flydergeometrier er fysisk mere optimale end den fladbundede flyder.

De afrundede geometrier og den spidsformede geometri udviser omtrent samme opførsel. Den lodrette bølgekræfter er 1-2% større, forholdet mellem vandrette og lodrette bølgekræfter er cirka 10% mindre, og den hydrodynamiske modstand er cirka 10% mindre end for den fladbundede cylinder.

Den rene kegleform og kugleform udviser omtrent samme opførsel. Den lodrette bølgekræfter er 6% større, forholdet mellem vandrette og lodrette bølgekræfter er 28% mindre, og den hydrodynamiske modstand er 2-3% mindre end for den fladbundede cylinder.

Beregningerne viser således, at en kugle- eller kegleformet bundgeometri er mere optimal end f.eks. kombinationerne med afrundede hjørner eller den spidse geometri. Hertil er det dog yderst vigtigt at bemærke de indledningsmæssige betragtninger vedrørende beregningernes begrænsninger. Yderligere undersøgelser med laboratorieforsøg anbefales for at efterprøve disse konklusioner.

8.2 Indvirkning af diameteren

For bølgekræfterne på den fladbundet cylinder med variabel diameter er følgende observeret:

- Vandrette bølgekræfter er omtrent proportionale med diameteren for fast dybgang.
- Lodrette bølgekræfter er omtrent proportionale med diameteren i anden potens (proportional med volumenet eller arealet af vandgangssnittet).
- Hydrodynamiske koefficienter er omtrent proportionale med diameteren i tredje potens.

For de lodrette bølgekræfter er følgende væsentlige forhold observeret:

- Jo større diameter des mindre lodret bølgekræfter $F_L/\rho Vg$ ved en given frekvens (Figur 19 nederst, venstre)
- Jo større diameter des (marginalt) større lodret bølgekræfter $F_L/\rho Vg$ for en given flyderdiameter i forhold til bølgelængden (Figur 19 nederst, højre).

Disse konklusioner er naturligvis kun gyldige inden for det beregnede interval af diameter og for den faste dybgang på $b=1\text{ m}$.

Kun en beregning, hvor især økonomien tages i regning (en større flyder er dyrere end en lille), kan afgøre den optimale flyderstørrelse. Det ligger ud over formålet med denne rapport at foretage en sådan beregning.

8.3 Indvirkning af vanddybden

Wave Star tænkes placeret på cirka 20 meters vanddybde, hvorfor beregningerne er foretaget for denne vanddybde. På denne vanddybde vil lange bølger mærke havbunden og blive kortere end bølger på dybt vand. Indvirkningen af vanddybden er derfor undersøgt nærmere. Det fremgik, at bølgekræfterne (beregnet for en bølgehøjde på 2m) og de horisontale hydrodynamiske koefficienter var stort set upåvirket af vanddybden. De vertikale hydrodynamiske koefficienter viste imidlertid en anderledes opførsel for langperiodiske bevægelser, f.eks. går den hydrodynamiske masse mod uendelig når frekvensen går mod nul på endelig vanddybde, hvorimod den hydrodynamiske masse går mod en fast værdi på uendelig vanddybde. Langsomme lodrette bevægelser vil således medføre større "modhold" fra vandet på lav vanddybde.

Det bemærkes, at energiindholdet i Nordsø-bølgerne (vist på Figur 14) er beregnet for en lokalitet 100km fra kysten på 50 meters vanddybde. Energiindholdet på en lokalitet på 20 meters vanddybde vil være anderledes. Der er i disse beregninger ikke taget hensyn til dette.

9 Konklusion

Forskellige flyderudformninger er undersøgt. En god flyder skal påvirkes af så store lodrette kræfter som muligt og så små vandrette kræfter som muligt. Desuden bør egenfrekvensen af flyder+power take off ligge så tæt ved bølgefrequensen som muligt.

Generelt afhænger de lodrette kræfter hovedsageligt af flyderens displacement. For flydere med ens displacement er det vist, at en kegleformet flyder er velegnet, da den alt andet lige vil kunne producere 6% mere energi end reference flyderen (cylinderform). Samtidig er de vandrette bølgekræfter væsentligt mindre end på referenceflyderen.

Kommer flyderen over vandoverfladen er der ved gennembrydning af vandoverfladen risiko for store slammingkræfter. I dette skrift behandles disse kræfter ikke, men for det endelige valg af flyderudformning er en undersøgelse af slammingkræfterne vigtig. For at minimere omkostninger til konstruktionen bør slammingkræfterne minimeres. Enten kan designet foretages således flyderen ikke gennembryder vandoverfladen, ellers bør en spidsformet geometri med forholdsvis stor dybgang formentlig vælges. Af de undersøgte geometrier er keglegeometrien intuitivt den bedste geometri hvad dette angår, idet formen minder mest om skroget på en speedbåd.

10 Referencer

Bølgekraftprogram (2000), Bølgekraftudvalgets Sekretariat, Januar 2000.

Bruun, P. (1989). Port Engineering. Houston, Gulf Pub. Co., cop.1989-1990 . 2 bd. (ISBN vol. 1: 0872018431, ISBN vol. 2: 0872018474).

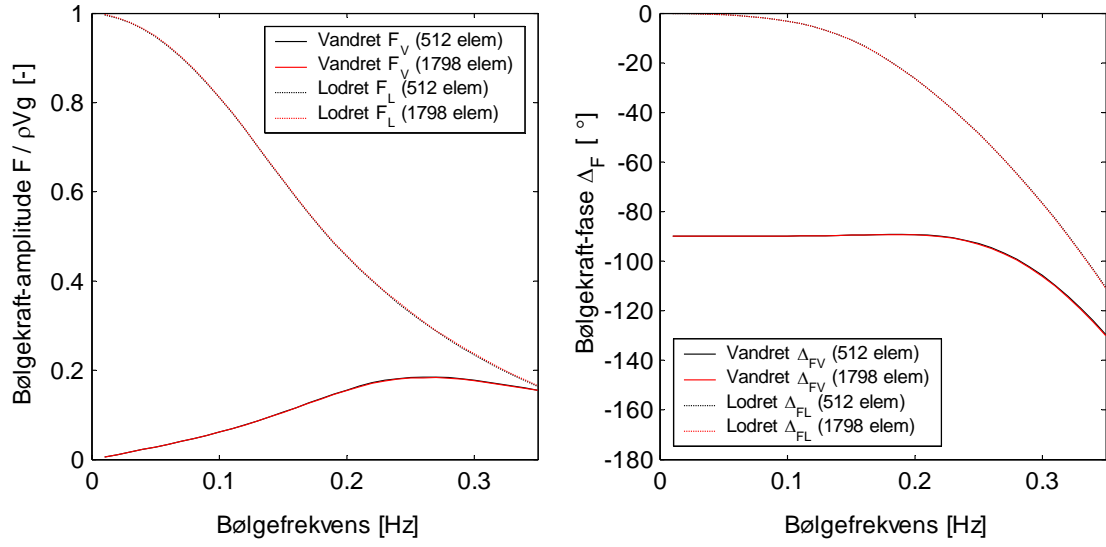
Falnes, J. (2002). Ocean Waves and Oscillating Systems – Linear Interactions Including Wave-Energy Extraction. Cambridge University Press. ISBN 0 521 78211 2.

Faltinsen, O.M. (1990). Sea Loads on Ships and Offshore Structures. Cambridge Ocean Technology Series. Cambridge University Press. ISBN 0 521 45870 6.

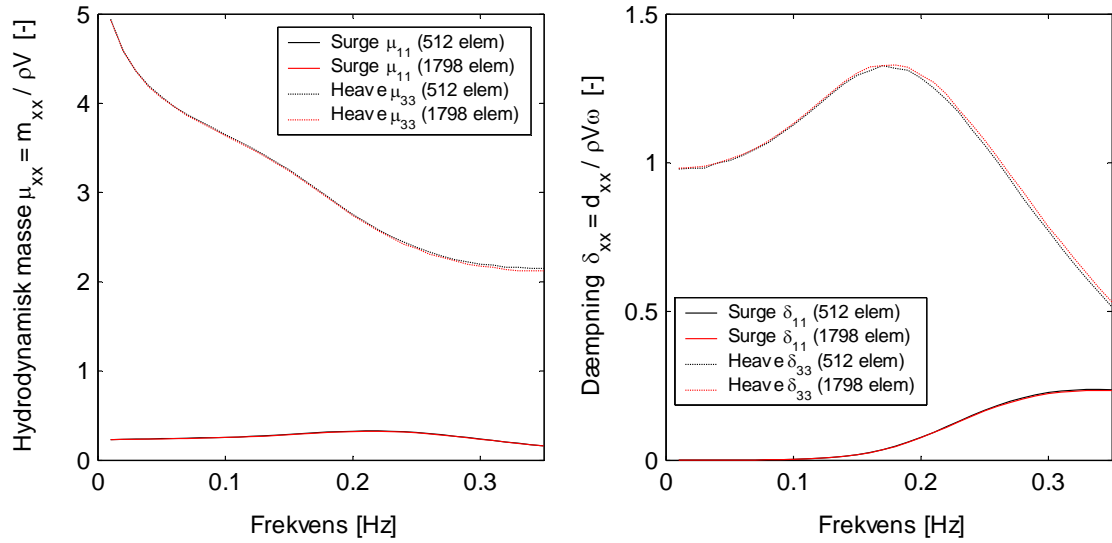
Yeung, R.W. (1980). Added mass and damping of a vertical cylinder in finite-depth waters. Proc. Applied Ocean Research, 1981, Vol. 3, No.3, p119-133.

A Appendiks: Figurer

A.1 Konvergensanalyse

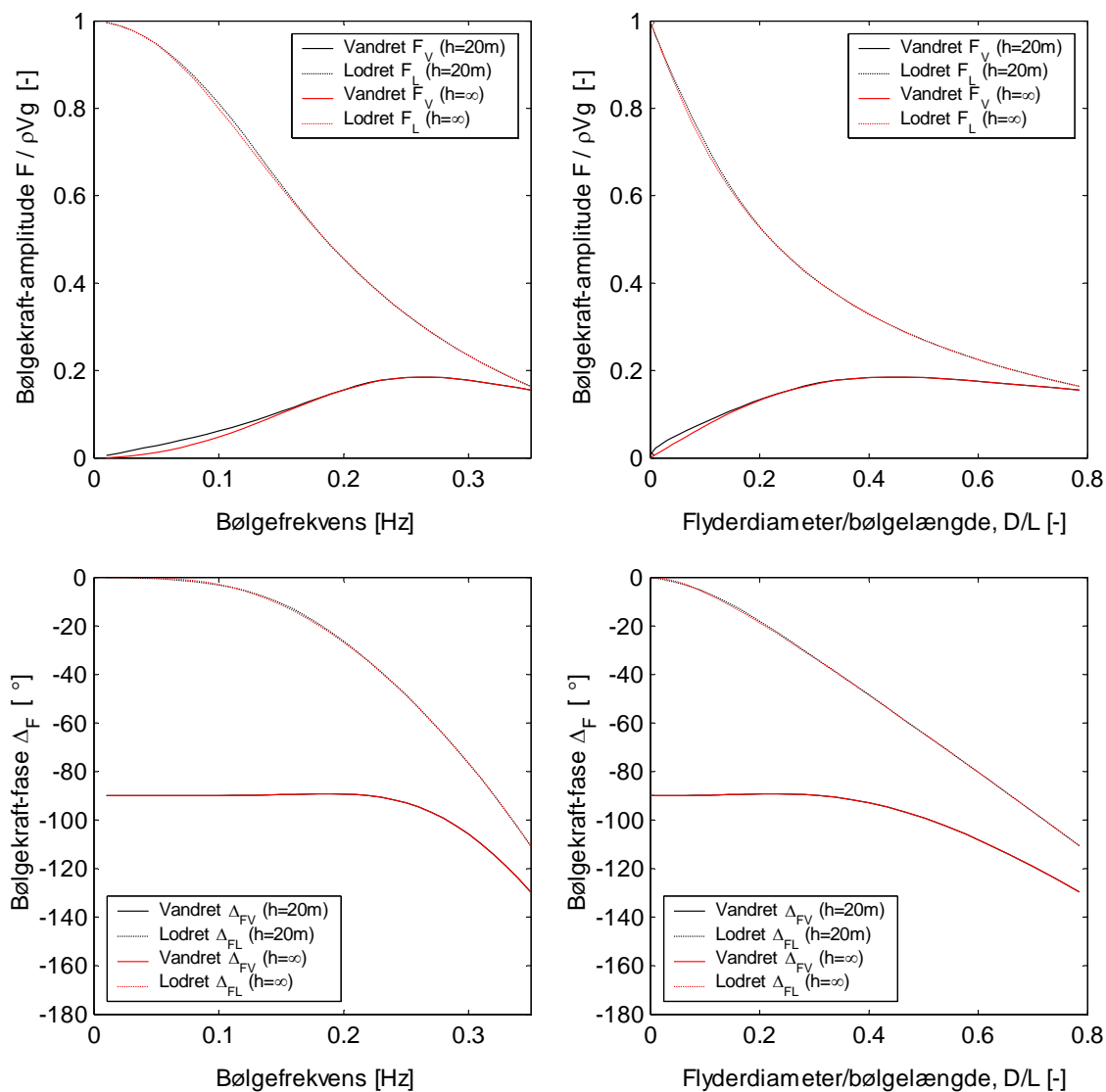


Figur 15. Konvergensanalyse, bølgekræfter for fladbundet cylinder med $D=10m$.

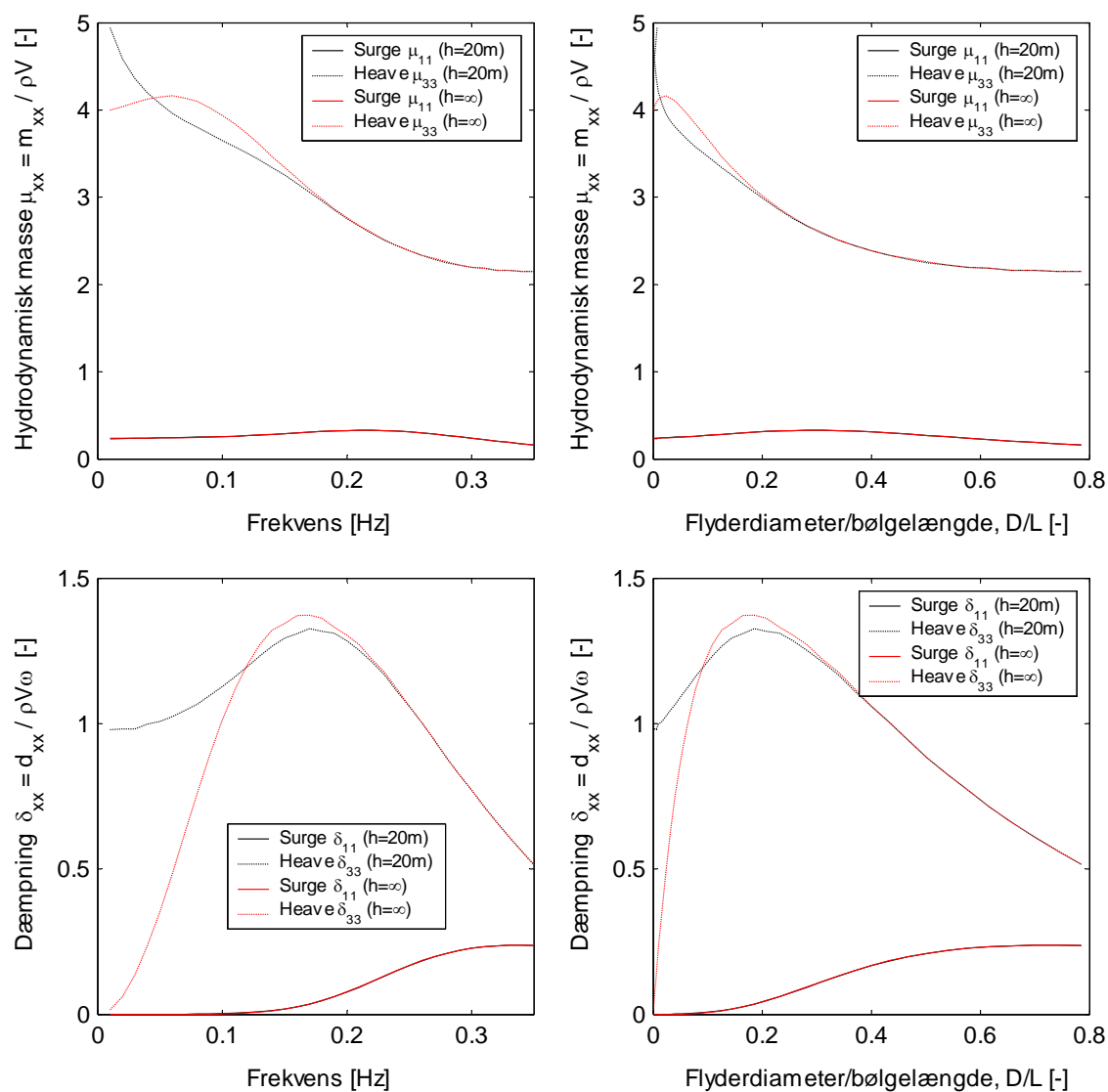


Figur 16. Konvergensanalyse, hydrodynamiske koefficienter for fladbundet cylinder med $D=10m$.

A.2 Indvirkning af vanddybde

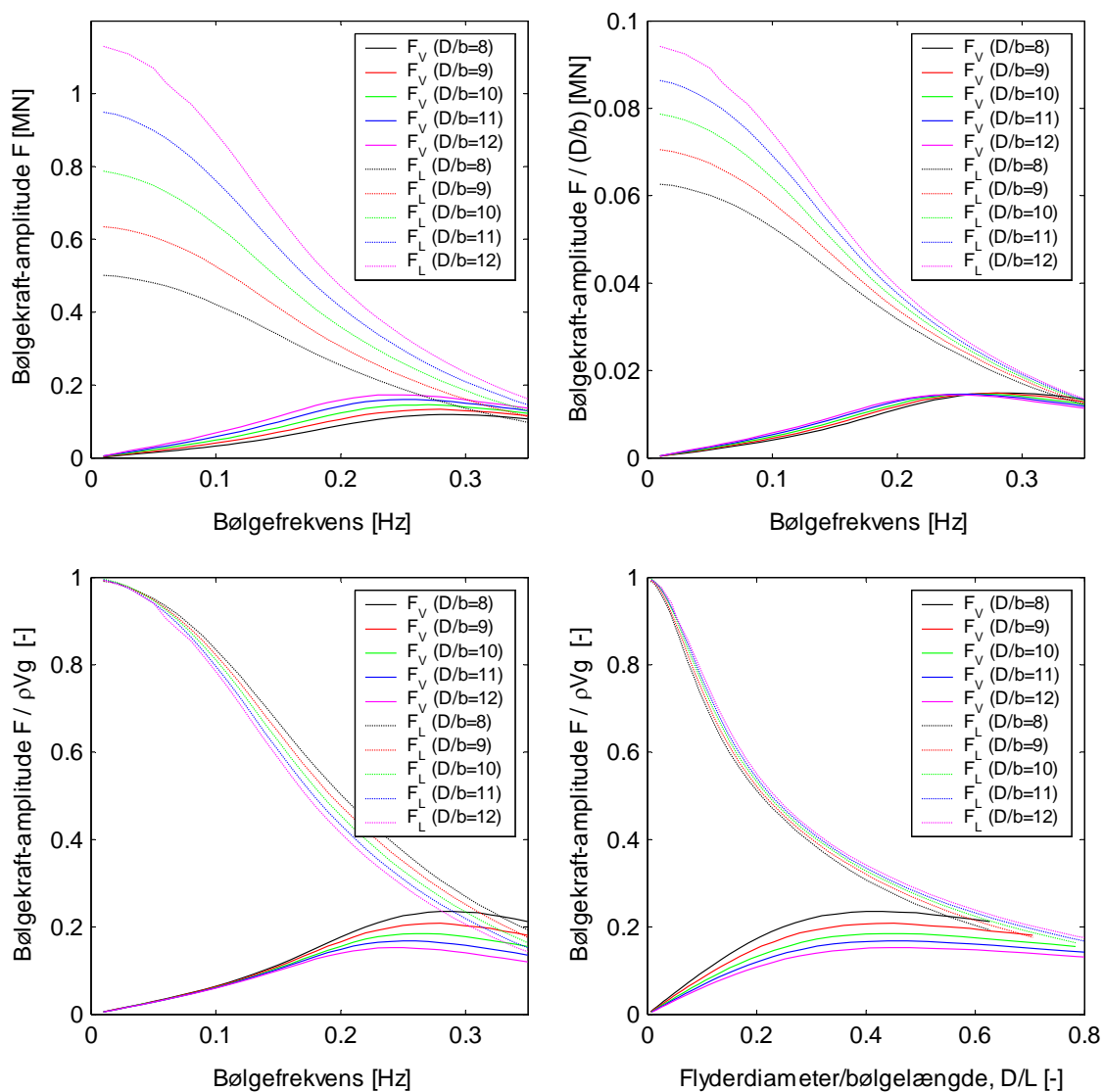


Figur 17. Indvirkning af vanddybde, bølgekræfter for fladbundet cylinder med $D=10\text{m}$.

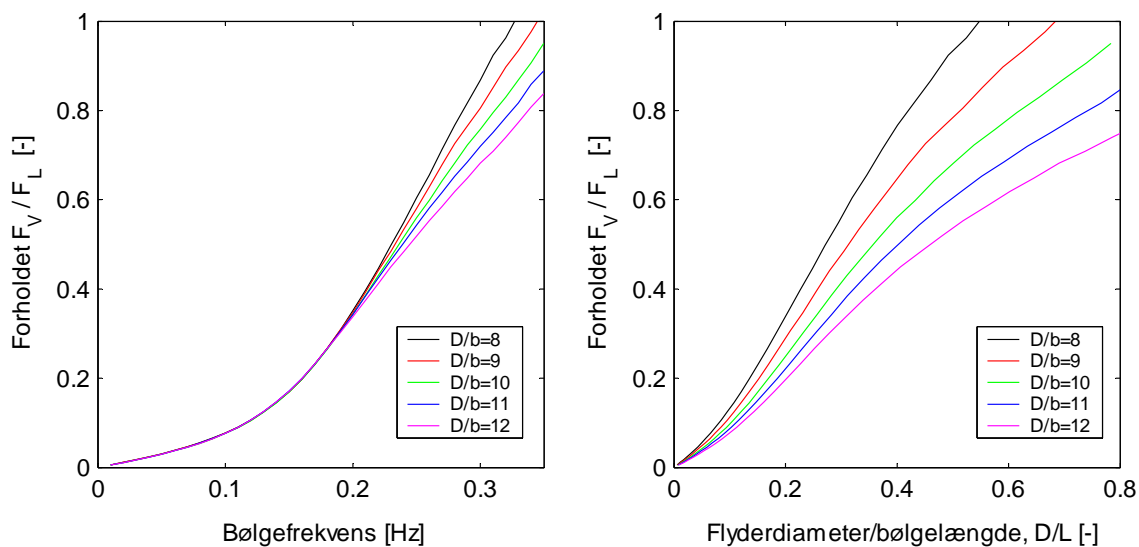


Figur 18. Indvirkning af vanddybde, hydrodynamiske koefficienter for fladbundet cylinder med $D=10\text{m}$. Sorte og røde fuldoptrukne linier er sammenfaldende.

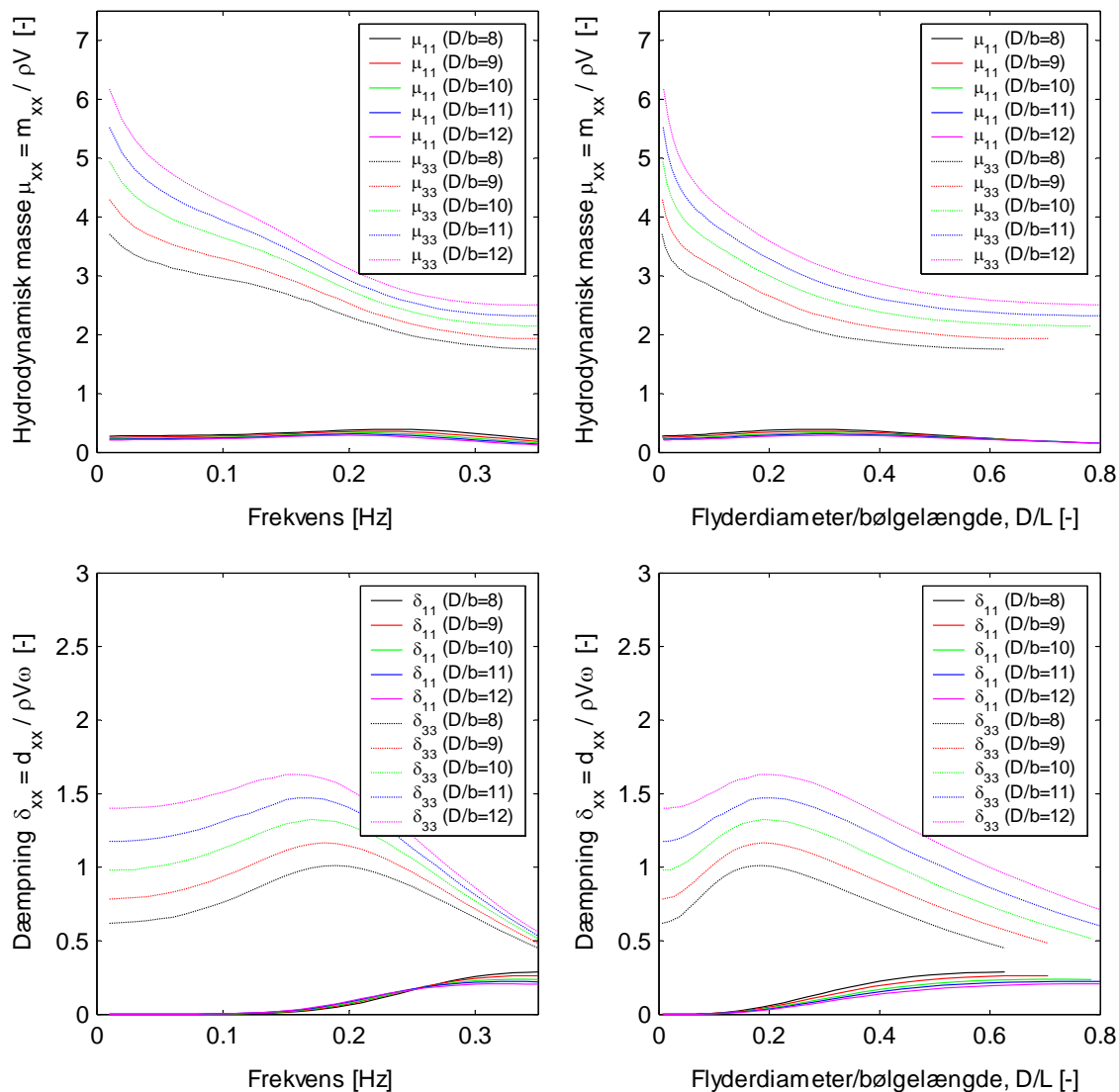
A.3 Indvirkning af flyderdiameter



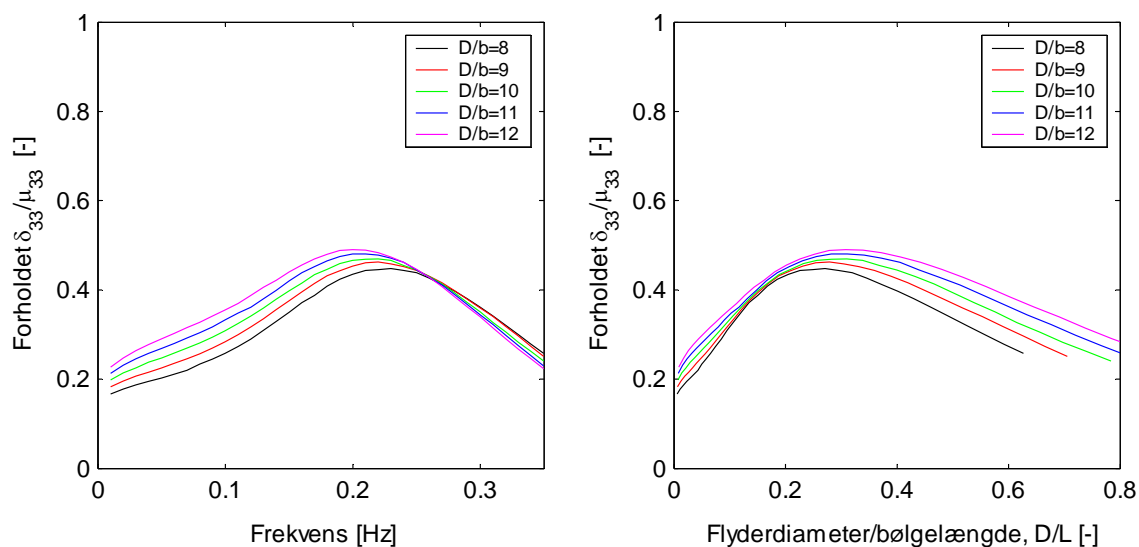
Figur 19. Indvirkning af D/b , bølgekrafter for fladbundet cylinder. b er konstant = 1m.



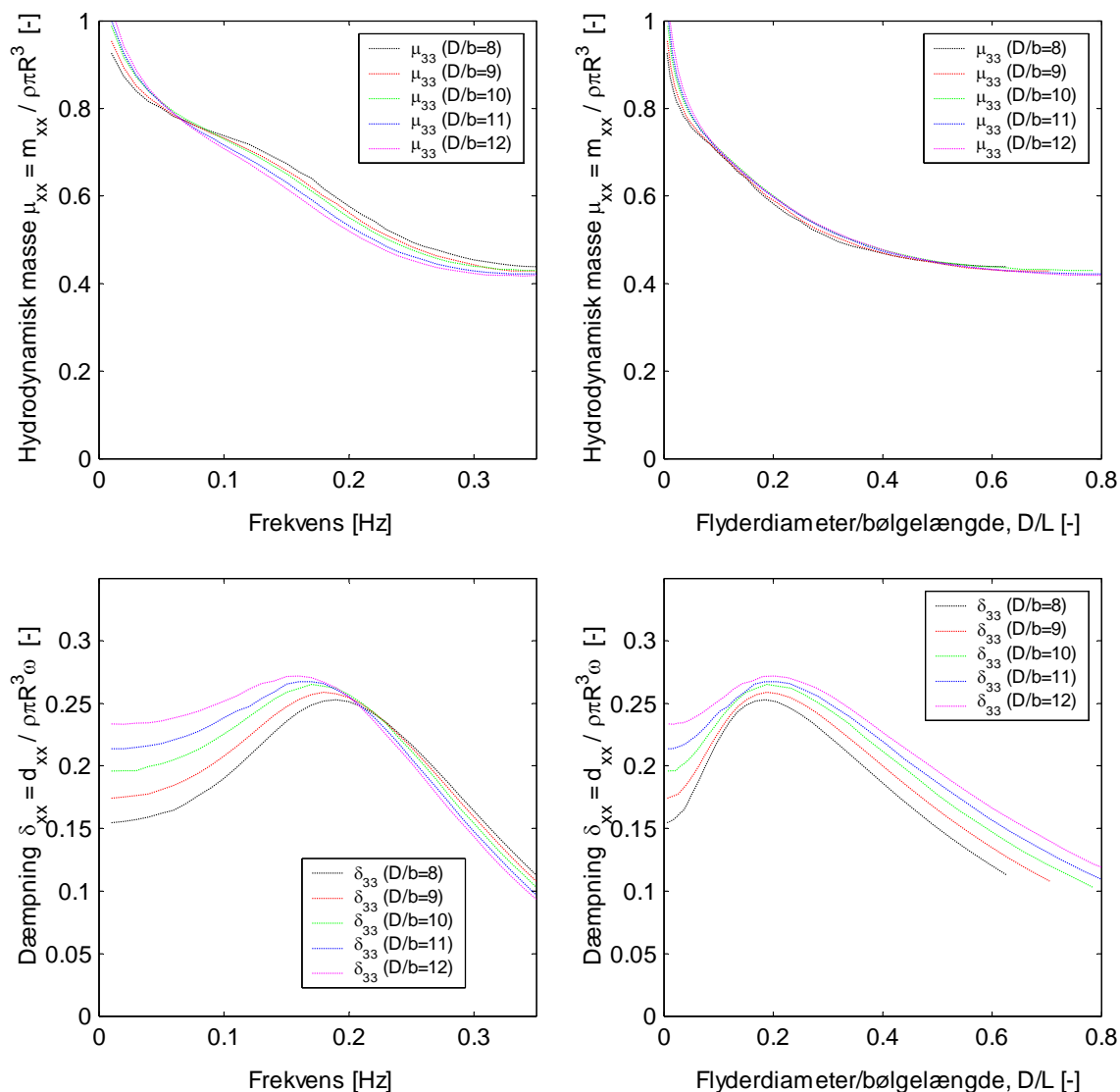
Figur 20. Indvirkning af D/b , forhold mellem vandrette og lodrette bølgekrafter. b er konstant = 1m.



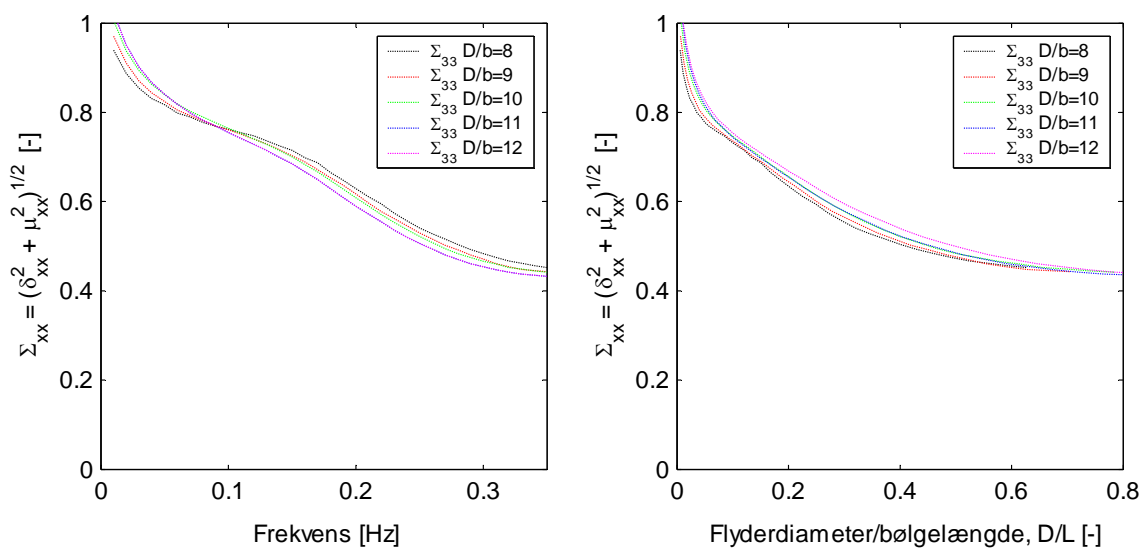
Figur 21. Indvirkning af D/b , hydrodynamiske koefficienter for fladbundet cylinder. b er konstant = 1m.



Figur 22. Indvirkning af D/b , forhold mellem hydrodynamiske koefficienter for fladbundet cylinder. b er konstant = 1m.

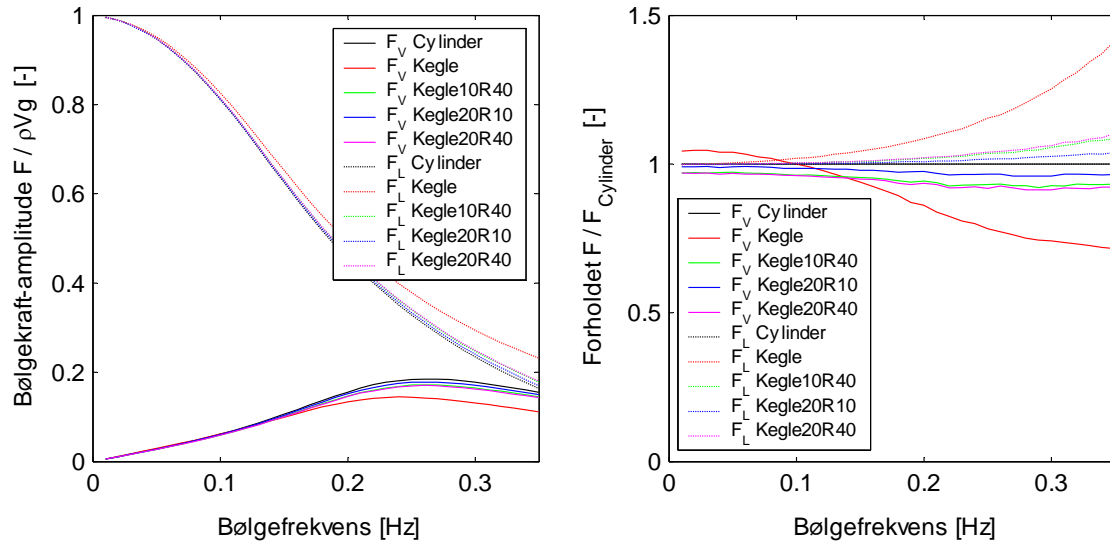


Figur 23. Indvirkning af D/b , hydrodynamiske koefficienter for fladbundet cylinder i heave. Normering med flyderens radius i tredje potens. b er konstant = 1m.

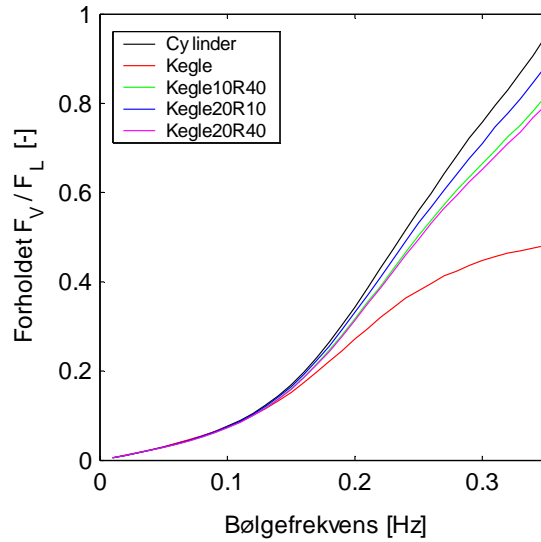


Figur 24. Indvirkning af D/b , samlet vertikalt hydrodynamisk modstandstal for fladbundet cylinder. Normering med flyderens radius i tredje potens. b er konstant = 1m.

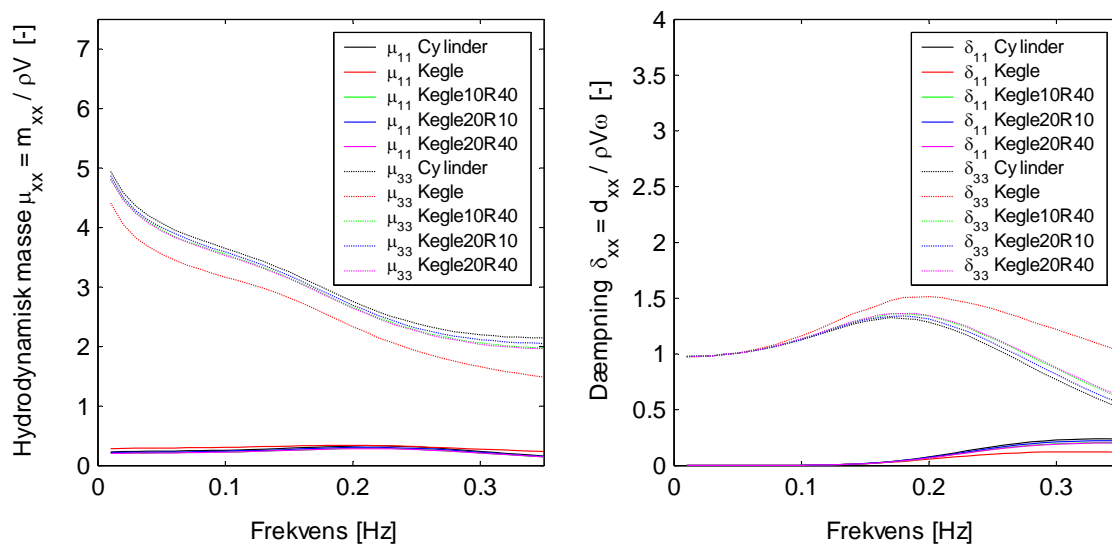
A.4 Keglegeometrier



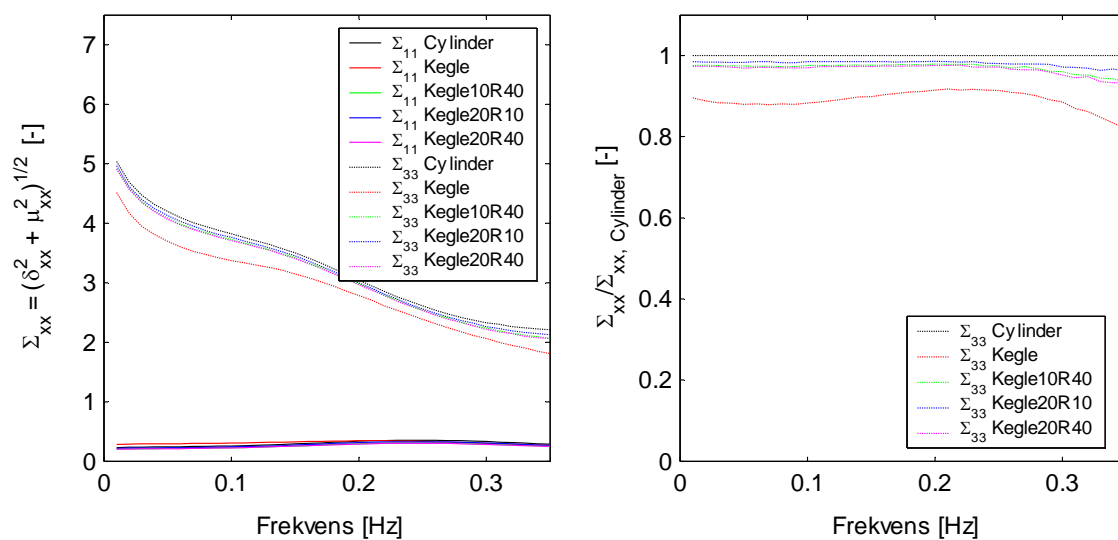
Figur 25. Keglegeometrier, bølgekræfter.



Figur 26. Keglegeometrier, vandrette i forhold til lodrette bølgekræfter.

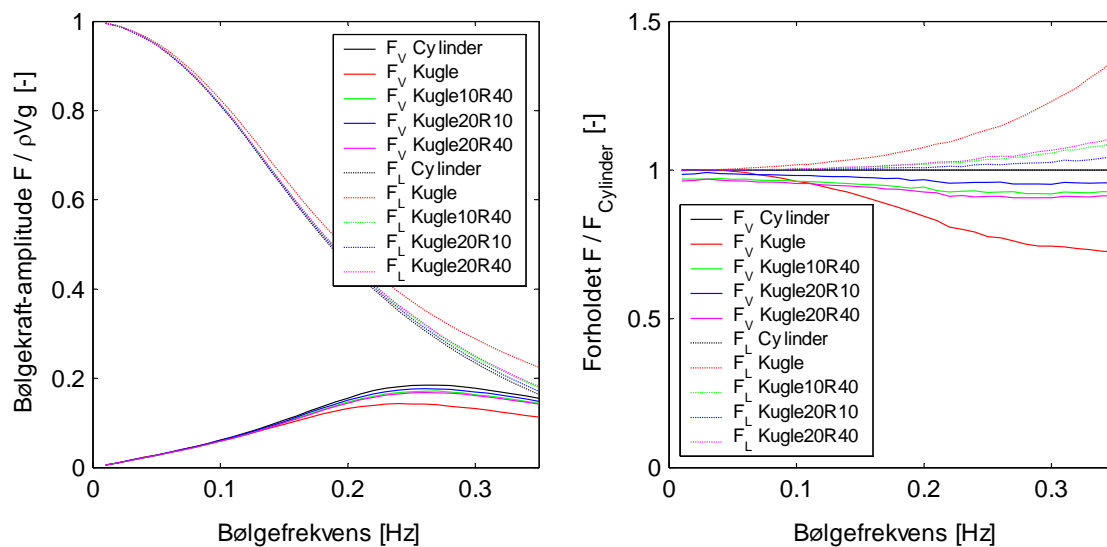


Figur 27. Keglegeometrier, hydrodynamiske koefficienter.

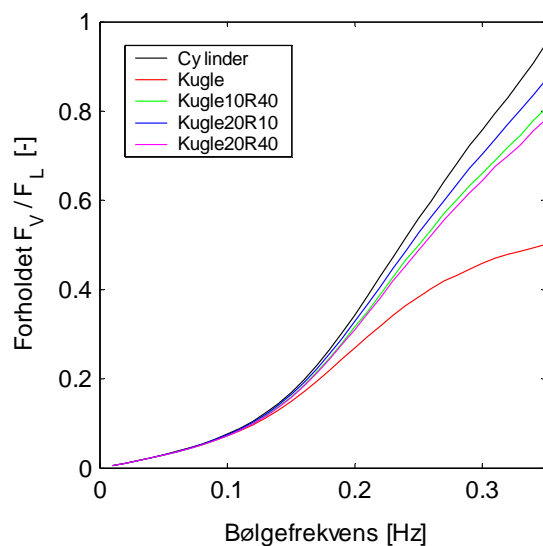


Figur 28. Keglegeometrier, samlet hydrodynamisk modstandstal.

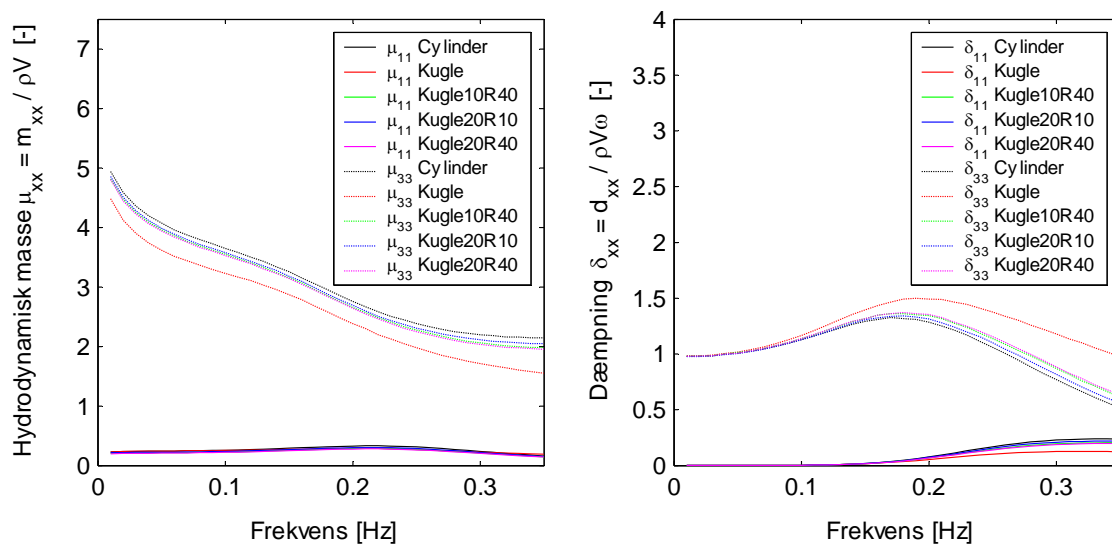
A.5 Kuglegeometrier



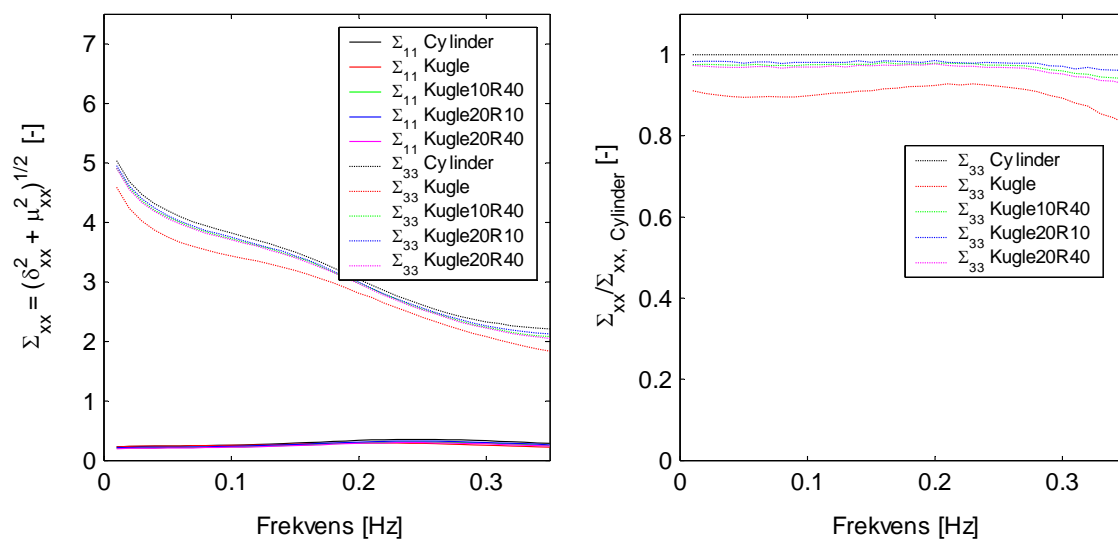
Figur 29. Kuglegeometrier, bølgekræfter.



Figur 30. Kuglegeometrier, vandrette i forhold til lodrette bølgekræfter.

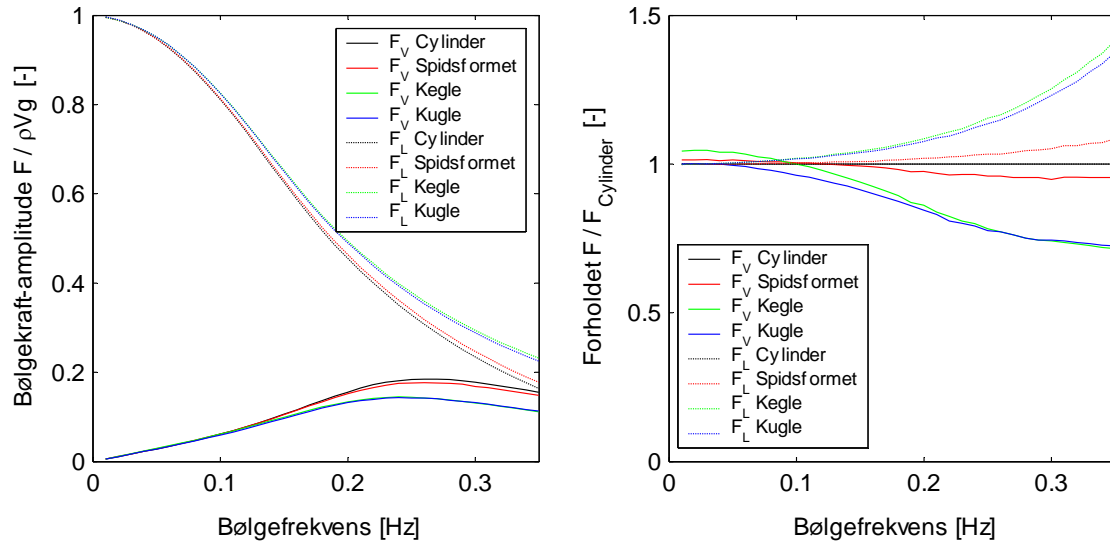


Figur 31. Kuglegeometrier, hydrodynamiske koefficienter.

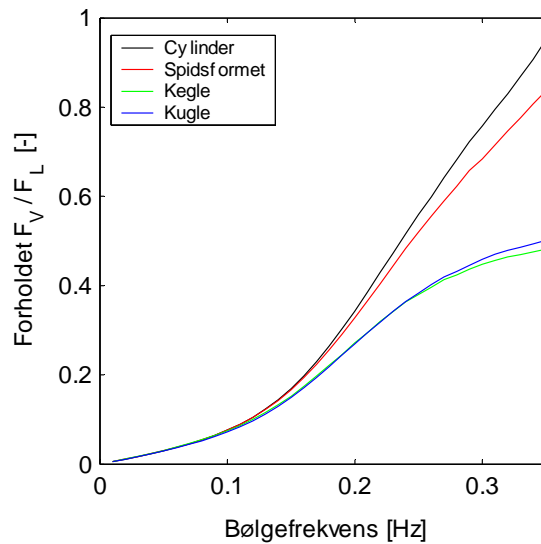


Figur 32. Kuglegeometrier, samlet hydrodynamisk modstandstal.

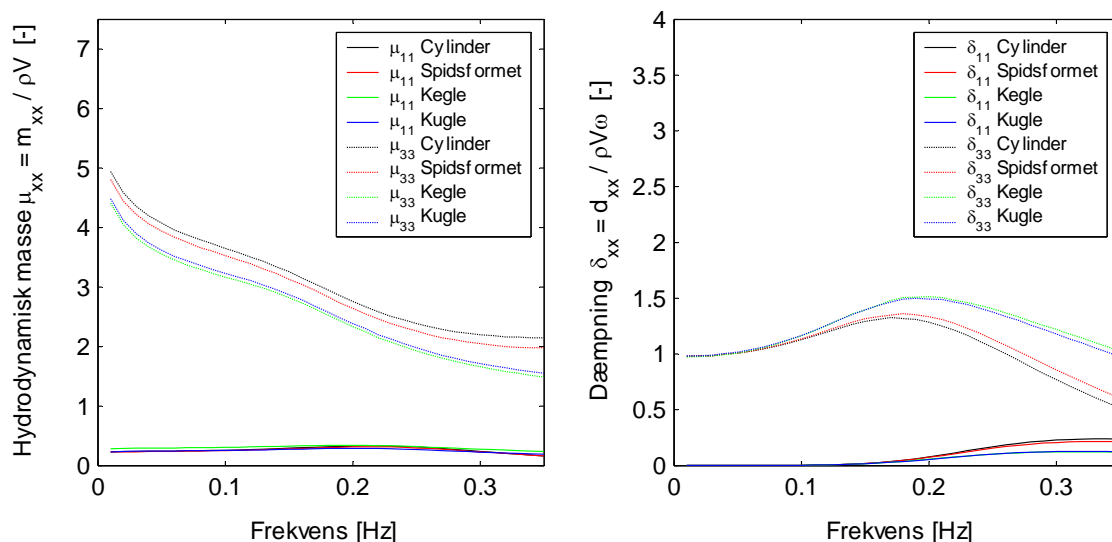
A.6 Spids geometri



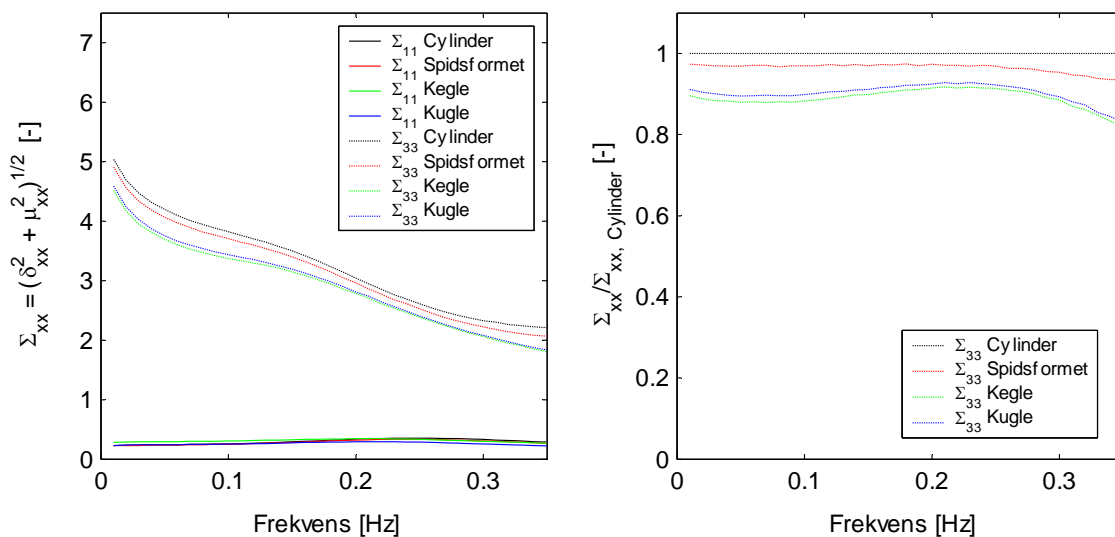
Figur 33. Spids model sammenlignet med cylinder, kegle og kuglegeometri, bølgekræfter.



Figur 34. Spids model sammenlignet med cylinder, kegle og kuglegeometri, vandrette i forhold til lodrette bølgekræfter.



Figur 35. Spids model sammenlignet med cylinder, kegle og kuglegeometri, hydrodynamiske koefficienter.



Figur 36. Spids model sammenlignet med cylinder, kegle og kuglegeometri, samlet hydrodynamisk modstandstal.

Tabel 6. Lodret bølgekraft, amplitude $[N]$. $h=20\text{m}$, $\rho=1025\text{kg/m}^3$, $g=9.81\text{m/s}^2$. For detaljer vedr. geometrier se Tabel 1 samt Figur 3 til 12.

frek	Cylindergeometrier					Keglegeometrier				Kuglegeometrier				Spids
	D/b=8	D/b=9	D/b=10	D/b=11	D/b=12	"Ren"	10R40	20R10	20R40	"Ren"	10R40	20R10	20R40	"Næse"
0.01	5.01E+05	6.35E+05	7.87E+05	9.50E+05	1.13E+06	7.86E+05	7.86E+05	7.86E+05	7.86E+05	7.87E+05	7.86E+05	7.86E+05	7.86E+05	7.86E+05
0.02	4.99E+05	6.31E+05	7.81E+05	9.43E+05	1.12E+06	7.81E+05	7.81E+05	7.81E+05	7.81E+05	7.82E+05	7.81E+05	7.81E+05	7.81E+05	7.81E+05
0.03	4.94E+05	6.25E+05	7.73E+05	9.32E+05	1.11E+06	7.74E+05	7.73E+05	7.72E+05	7.73E+05	7.74E+05	7.73E+05	7.72E+05	7.73E+05	7.73E+05
0.04	4.88E+05	6.17E+05	7.62E+05	9.17E+05	1.09E+06	7.64E+05	7.62E+05	7.61E+05	7.62E+05	7.64E+05	7.62E+05	7.61E+05	7.62E+05	7.62E+05
0.05	4.81E+05	6.07E+05	7.48E+05	8.99E+05	1.07E+06	7.51E+05	7.48E+05	7.48E+05	7.48E+05	7.51E+05	7.49E+05	7.48E+05	7.48E+05	7.48E+05
0.06	4.72E+05	5.94E+05	7.31E+05	8.78E+05	1.03E+06	7.36E+05	7.32E+05	7.31E+05	7.32E+05	7.36E+05	7.32E+05	7.31E+05	7.32E+05	7.32E+05
0.07	4.62E+05	5.80E+05	7.12E+05	8.53E+05	1.00E+06	7.18E+05	7.13E+05	7.12E+05	7.13E+05	7.18E+05	7.13E+05	7.12E+05	7.13E+05	7.13E+05
0.08	4.50E+05	5.64E+05	6.90E+05	8.26E+05	9.72E+05	6.98E+05	6.92E+05	6.91E+05	6.92E+05	6.98E+05	6.92E+05	6.91E+05	6.92E+05	6.92E+05
0.09	4.37E+05	5.46E+05	6.67E+05	7.95E+05	9.34E+05	6.77E+05	6.69E+05	6.68E+05	6.69E+05	6.76E+05	6.69E+05	6.68E+05	6.69E+05	6.69E+05
0.10	4.22E+05	5.27E+05	6.41E+05	7.62E+05	8.93E+05	6.53E+05	6.43E+05	6.42E+05	6.44E+05	6.52E+05	6.44E+05	6.42E+05	6.44E+05	6.43E+05
0.11	4.06E+05	5.05E+05	6.14E+05	7.27E+05	8.49E+05	6.27E+05	6.16E+05	6.15E+05	6.17E+05	6.26E+05	6.17E+05	6.15E+05	6.17E+05	6.16E+05
0.12	3.91E+05	4.83E+05	5.85E+05	6.90E+05	8.04E+05	6.00E+05	5.88E+05	5.86E+05	5.88E+05	5.99E+05	5.88E+05	5.86E+05	5.88E+05	5.88E+05
0.13	3.73E+05	4.60E+05	5.54E+05	6.52E+05	7.57E+05	5.72E+05	5.58E+05	5.56E+05	5.58E+05	5.70E+05	5.58E+05	5.56E+05	5.58E+05	5.58E+05
0.14	3.56E+05	4.36E+05	5.24E+05	6.14E+05	7.11E+05	5.43E+05	5.28E+05	5.25E+05	5.28E+05	5.41E+05	5.28E+05	5.26E+05	5.29E+05	5.28E+05
0.15	3.38E+05	4.13E+05	4.94E+05	5.76E+05	6.66E+05	5.15E+05	4.98E+05	4.96E+05	4.99E+05	5.12E+05	4.99E+05	4.96E+05	4.99E+05	4.98E+05
0.16	3.20E+05	3.90E+05	4.64E+05	5.41E+05	6.22E+05	4.88E+05	4.68E+05	4.66E+05	4.70E+05	4.85E+05	4.69E+05	4.66E+05	4.70E+05	4.68E+05
0.17	3.03E+05	3.67E+05	4.36E+05	5.06E+05	5.80E+05	4.61E+05	4.41E+05	4.38E+05	4.42E+05	4.58E+05	4.41E+05	4.39E+05	4.42E+05	4.41E+05
0.18	2.86E+05	3.46E+05	4.09E+05	4.73E+05	5.41E+05	4.36E+05	4.14E+05	4.12E+05	4.15E+05	4.33E+05	4.15E+05	4.12E+05	4.16E+05	4.14E+05
0.19	2.70E+05	3.25E+05	3.83E+05	4.43E+05	5.05E+05	4.12E+05	3.89E+05	3.87E+05	3.90E+05	4.09E+05	3.90E+05	3.87E+05	3.91E+05	3.89E+05
0.20	2.55E+05	3.06E+05	3.60E+05	4.15E+05	4.72E+05	3.90E+05	3.67E+05	3.63E+05	3.68E+05	3.87E+05	3.67E+05	3.63E+05	3.68E+05	3.67E+05
0.21	2.40E+05	2.88E+05	3.37E+05	3.88E+05	4.40E+05	3.69E+05	3.44E+05	3.41E+05	3.45E+05	3.66E+05	3.45E+05	3.41E+05	3.46E+05	3.44E+05
0.22	2.27E+05	2.70E+05	3.16E+05	3.62E+05	4.11E+05	3.51E+05	3.24E+05	3.20E+05	3.25E+05	3.46E+05	3.24E+05	3.21E+05	3.25E+05	3.24E+05
0.23	2.13E+05	2.54E+05	2.97E+05	3.39E+05	3.84E+05	3.32E+05	3.04E+05	3.00E+05	3.06E+05	3.28E+05	3.04E+05	3.00E+05	3.06E+05	3.04E+05
0.24	2.01E+05	2.38E+05	2.77E+05	3.17E+05	3.58E+05	3.15E+05	2.86E+05	2.81E+05	2.87E+05	3.11E+05	2.86E+05	2.82E+05	2.87E+05	2.86E+05
0.25	1.89E+05	2.24E+05	2.59E+05	2.96E+05	3.34E+05	2.99E+05	2.69E+05	2.64E+05	2.69E+05	2.94E+05	2.69E+05	2.64E+05	2.71E+05	2.68E+05
0.26	1.77E+05	2.10E+05	2.43E+05	2.76E+05	3.11E+05	2.83E+05	2.52E+05	2.48E+05	2.54E+05	2.79E+05	2.52E+05	2.48E+05	2.54E+05	2.51E+05
0.27	1.66E+05	1.96E+05	2.27E+05	2.58E+05	2.90E+05	2.69E+05	2.36E+05	2.31E+05	2.38E+05	2.65E+05	2.37E+05	2.32E+05	2.38E+05	2.36E+05
0.28	1.55E+05	1.84E+05	2.13E+05	2.41E+05	2.71E+05	2.56E+05	2.22E+05	2.17E+05	2.23E+05	2.52E+05	2.22E+05	2.17E+05	2.24E+05	2.22E+05
0.29	1.46E+05	1.72E+05	1.98E+05	2.25E+05	2.52E+05	2.44E+05	2.08E+05	2.03E+05	2.10E+05	2.40E+05	2.09E+05	2.03E+05	2.11E+05	2.08E+05
0.30	1.36E+05	1.61E+05	1.85E+05	2.09E+05	2.34E+05	2.32E+05	1.96E+05	1.90E+05	1.97E+05	2.28E+05	1.96E+05	1.90E+05	1.97E+05	1.95E+05
0.31	1.27E+05	1.50E+05	1.72E+05	1.95E+05	2.18E+05	2.21E+05	1.83E+05	1.77E+05	1.85E+05	2.16E+05	1.84E+05	1.78E+05	1.85E+05	1.83E+05
0.32	1.20E+05	1.40E+05	1.61E+05	1.82E+05	2.03E+05	2.11E+05	1.72E+05	1.66E+05	1.73E+05	2.06E+05	1.72E+05	1.66E+05	1.74E+05	1.71E+05
0.33	1.11E+05	1.31E+05	1.50E+05	1.69E+05	1.89E+05	2.01E+05	1.61E+05	1.55E+05	1.62E+05	1.96E+05	1.61E+05	1.55E+05	1.64E+05	1.60E+05
0.34	1.04E+05	1.22E+05	1.40E+05	1.57E+05	1.75E+05	1.92E+05	1.51E+05	1.44E+05	1.52E+05	1.87E+05	1.51E+05	1.45E+05	1.53E+05	1.50E+05
0.35	9.75E+04	1.13E+05	1.29E+05	1.46E+05	1.63E+05	1.83E+05	1.40E+05	1.34E+05	1.43E+05	1.78E+05	1.41E+05	1.35E+05	1.44E+05	1.40E+05

Tabel 7. Lodret bølgekraft, fase [Rad]. $h=20\text{m}$, $\rho=1025\text{kg/m}^3$, $g=9.81\text{m/s}^2$. For detaljer vedr. geometrier se Tabel 1 samt Figur 3 til 12.

frek	Cylindergeometrier					Keglegeometrier				Kuglegeometrier				Spids
	D/b=8	D/b=9	D/b=10	D/b=11	D/b=12	"Ren"	10R40	20R10	20R40	"Ren"	10R40	20R10	20R40	"Næse"
0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.04	0.00	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01
0.05	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.02	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01
0.06	-0.01	-0.01	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02
0.07	-0.01	-0.02	-0.02	-0.03	-0.03	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02
0.08	-0.02	-0.03	-0.03	-0.04	-0.04	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03
0.09	-0.03	-0.03	-0.04	-0.05	-0.06	-0.04	-0.04	-0.04	-0.04	-0.04	-0.04	-0.04	-0.04	-0.04
0.10	-0.04	-0.05	-0.06	-0.07	-0.08	-0.06	-0.06	-0.06	-0.06	-0.06	-0.06	-0.06	-0.06	-0.06
0.11	-0.05	-0.06	-0.07	-0.09	-0.10	-0.07	-0.07	-0.07	-0.07	-0.07	-0.07	-0.07	-0.07	-0.07
0.12	-0.06	-0.08	-0.09	-0.11	-0.13	-0.09	-0.09	-0.09	-0.09	-0.10	-0.09	-0.09	-0.09	-0.09
0.13	-0.08	-0.10	-0.12	-0.14	-0.16	-0.12	-0.12	-0.12	-0.12	-0.12	-0.12	-0.12	-0.12	-0.12
0.14	-0.10	-0.12	-0.15	-0.17	-0.20	-0.15	-0.15	-0.15	-0.15	-0.15	-0.15	-0.15	-0.15	-0.15
0.15	-0.13	-0.16	-0.19	-0.22	-0.25	-0.19	-0.19	-0.19	-0.19	-0.19	-0.19	-0.19	-0.19	-0.19
0.16	-0.16	-0.19	-0.23	-0.27	-0.31	-0.24	-0.23	-0.23	-0.23	-0.24	-0.23	-0.23	-0.23	-0.23
0.17	-0.19	-0.24	-0.28	-0.32	-0.37	-0.29	-0.28	-0.28	-0.28	-0.29	-0.28	-0.28	-0.28	-0.28
0.18	-0.23	-0.28	-0.33	-0.38	-0.44	-0.34	-0.34	-0.33	-0.34	-0.35	-0.34	-0.33	-0.34	-0.34
0.19	-0.28	-0.33	-0.39	-0.45	-0.51	-0.41	-0.40	-0.40	-0.40	-0.41	-0.40	-0.40	-0.40	-0.40
0.20	-0.33	-0.39	-0.46	-0.53	-0.59	-0.48	-0.46	-0.46	-0.46	-0.48	-0.46	-0.46	-0.46	-0.46
0.21	-0.38	-0.45	-0.53	-0.60	-0.68	-0.55	-0.53	-0.53	-0.53	-0.55	-0.53	-0.53	-0.53	-0.53
0.22	-0.43	-0.52	-0.60	-0.68	-0.77	-0.63	-0.61	-0.61	-0.61	-0.63	-0.61	-0.60	-0.61	-0.61
0.23	-0.49	-0.58	-0.68	-0.77	-0.87	-0.71	-0.69	-0.68	-0.69	-0.71	-0.69	-0.68	-0.69	-0.69
0.24	-0.55	-0.65	-0.76	-0.86	-0.97	-0.80	-0.77	-0.77	-0.77	-0.80	-0.77	-0.76	-0.77	-0.77
0.25	-0.62	-0.73	-0.85	-0.96	-1.08	-0.89	-0.86	-0.85	-0.86	-0.89	-0.86	-0.85	-0.86	-0.85
0.26	-0.69	-0.81	-0.94	-1.06	-1.19	-0.98	-0.95	-0.94	-0.95	-0.99	-0.95	-0.94	-0.95	-0.95
0.27	-0.76	-0.89	-1.03	-1.16	-1.30	-1.08	-1.04	-1.04	-1.05	-1.09	-1.04	-1.04	-1.05	-1.04
0.28	-0.84	-0.98	-1.13	-1.27	-1.42	-1.19	-1.14	-1.14	-1.14	-1.19	-1.14	-1.13	-1.15	-1.14
0.29	-0.91	-1.07	-1.23	-1.39	-1.55	-1.30	-1.25	-1.24	-1.25	-1.30	-1.25	-1.24	-1.25	-1.25
0.30	-0.99	-1.16	-1.34	-1.51	-1.68	-1.41	-1.35	-1.34	-1.36	-1.42	-1.36	-1.34	-1.36	-1.35
0.31	-1.08	-1.26	-1.45	-1.63	-1.81	-1.53	-1.47	-1.46	-1.47	-1.53	-1.47	-1.46	-1.47	-1.46
0.32	-1.17	-1.36	-1.56	-1.76	-1.96	-1.65	-1.58	-1.57	-1.58	-1.65	-1.58	-1.57	-1.59	-1.58
0.33	-1.26	-1.47	-1.68	-1.89	-2.10	-1.78	-1.70	-1.69	-1.70	-1.78	-1.70	-1.69	-1.71	-1.70
0.34	-1.36	-1.58	-1.80	-2.03	-2.25	-1.91	-1.83	-1.81	-1.83	-1.91	-1.83	-1.81	-1.83	-1.83
0.35	-1.45	-1.69	-1.93	-2.17	-2.41	-2.04	-1.96	-1.94	-1.96	-2.05	-1.96	-1.94	-1.96	-1.96

Tabel 8. Dæmpning d_{33} [kgs]. $h=20\text{m}$, $\rho=1025\text{kg/m}^3$, $g=9.81\text{m/s}^2$. For detaljer vedr. geometrier se Tabel 1 samt Figur 3 til 12.

frek	Cylindergeometrier					Keglegeometrier				Kuglegeometrier				Spids
	D/b=8	D/b=9	D/b=10	D/b=11	D/b=12	"Ren"	10R40	20R10	20R40	"Ren"	10R40	20R10	20R40	"Næse"
0.01	2.00E+03	3.21E+03	4.95E+03	7.19E+03	1.02E+04	4.91E+03	4.94E+03	4.94E+03	4.94E+03	4.96E+03	4.95E+03	4.93E+03	4.95E+03	4.95E+03
0.02	4.03E+03	6.46E+03	9.93E+03	1.44E+04	2.04E+04	9.87E+03	9.92E+03	9.91E+03	9.92E+03	9.96E+03	9.93E+03	9.89E+03	9.93E+03	9.93E+03
0.03	6.10E+03	9.76E+03	1.49E+04	2.17E+04	3.07E+04	1.49E+04	1.49E+04	1.49E+04	1.49E+04	1.50E+04	1.49E+04	1.49E+04	1.49E+04	1.49E+04
0.04	8.24E+03	1.31E+04	2.02E+04	2.91E+04	4.10E+04	2.01E+04	2.02E+04	2.01E+04	2.02E+04	2.03E+04	2.02E+04	2.01E+04	2.02E+04	2.02E+04
0.05	1.05E+04	1.67E+04	2.55E+04	3.67E+04	5.16E+04	2.55E+04	2.55E+04	2.55E+04	2.55E+04	2.57E+04	2.56E+04	2.54E+04	2.55E+04	2.55E+04
0.06	1.28E+04	2.04E+04	3.11E+04	4.46E+04	6.25E+04	3.13E+04	3.11E+04	3.11E+04	3.11E+04	3.15E+04	3.12E+04	3.10E+04	3.12E+04	3.11E+04
0.07	1.54E+04	2.44E+04	3.70E+04	5.28E+04	7.37E+04	3.74E+04	3.71E+04	3.70E+04	3.71E+04	3.76E+04	3.71E+04	3.69E+04	3.71E+04	3.71E+04
0.08	1.83E+04	2.87E+04	4.32E+04	6.14E+04	8.53E+04	4.40E+04	4.34E+04	4.33E+04	4.34E+04	4.42E+04	4.35E+04	4.32E+04	4.35E+04	4.34E+04
0.09	2.13E+04	3.33E+04	4.99E+04	7.05E+04	9.75E+04	5.11E+04	5.02E+04	5.00E+04	5.02E+04	5.13E+04	5.02E+04	4.99E+04	5.02E+04	5.02E+04
0.10	2.46E+04	3.83E+04	5.70E+04	8.02E+04	1.10E+05	5.88E+04	5.74E+04	5.71E+04	5.75E+04	5.90E+04	5.75E+04	5.71E+04	5.75E+04	5.74E+04
0.11	2.83E+04	4.37E+04	6.46E+04	9.03E+04	1.23E+05	6.72E+04	6.52E+04	6.48E+04	6.53E+04	6.74E+04	6.53E+04	6.47E+04	6.54E+04	6.52E+04
0.12	3.23E+04	4.95E+04	7.26E+04	1.00E+05	1.37E+05	7.62E+04	7.35E+04	7.30E+04	7.36E+04	7.64E+04	7.36E+04	7.29E+04	7.37E+04	7.34E+04
0.13	3.66E+04	5.56E+04	8.10E+04	1.11E+05	1.51E+05	8.59E+04	8.22E+04	8.15E+04	8.23E+04	8.60E+04	8.23E+04	8.14E+04	8.24E+04	8.21E+04
0.14	4.11E+04	6.20E+04	8.96E+04	1.22E+05	1.64E+05	9.61E+04	9.11E+04	9.03E+04	9.13E+04	9.60E+04	9.13E+04	9.02E+04	9.15E+04	9.11E+04
0.15	4.58E+04	6.84E+04	9.82E+04	1.34E+05	1.78E+05	1.06E+05	1.00E+05	9.91E+04	1.00E+05	1.06E+05	1.00E+05	9.90E+04	1.00E+05	1.00E+05
0.16	5.04E+04	7.47E+04	1.06E+05	1.44E+05	1.90E+05	1.16E+05	1.08E+05	1.07E+05	1.09E+05	1.16E+05	1.09E+05	1.07E+05	1.09E+05	1.08E+05
0.17	5.47E+04	8.06E+04	1.14E+05	1.53E+05	2.01E+05	1.27E+05	1.17E+05	1.15E+05	1.17E+05	1.26E+05	1.17E+05	1.15E+05	1.17E+05	1.16E+05
0.18	5.87E+04	8.59E+04	1.20E+05	1.61E+05	2.10E+05	1.37E+05	1.24E+05	1.22E+05	1.24E+05	1.36E+05	1.24E+05	1.22E+05	1.25E+05	1.24E+05
0.19	6.22E+04	9.03E+04	1.26E+05	1.67E+05	2.18E+05	1.45E+05	1.30E+05	1.28E+05	1.31E+05	1.44E+05	1.30E+05	1.28E+05	1.31E+05	1.30E+05
0.20	6.51E+04	9.39E+04	1.30E+05	1.72E+05	2.23E+05	1.53E+05	1.36E+05	1.33E+05	1.36E+05	1.51E+05	1.36E+05	1.33E+05	1.37E+05	1.35E+05
0.21	6.73E+04	9.66E+04	1.33E+05	1.75E+05	2.26E+05	1.60E+05	1.39E+05	1.36E+05	1.40E+05	1.58E+05	1.40E+05	1.36E+05	1.41E+05	1.39E+05
0.22	6.89E+04	9.84E+04	1.35E+05	1.77E+05	2.27E+05	1.65E+05	1.42E+05	1.38E+05	1.43E+05	1.63E+05	1.42E+05	1.38E+05	1.43E+05	1.42E+05
0.23	6.99E+04	9.93E+04	1.36E+05	1.77E+05	2.26E+05	1.70E+05	1.44E+05	1.40E+05	1.45E+05	1.68E+05	1.44E+05	1.39E+05	1.45E+05	1.43E+05
0.24	7.03E+04	9.95E+04	1.35E+05	1.76E+05	2.24E+05	1.74E+05	1.44E+05	1.40E+05	1.45E+05	1.71E+05	1.44E+05	1.40E+05	1.46E+05	1.44E+05
0.25	7.03E+04	9.90E+04	1.34E+05	1.73E+05	2.21E+05	1.78E+05	1.44E+05	1.39E+05	1.45E+05	1.74E+05	1.44E+05	1.39E+05	1.46E+05	1.43E+05
0.26	6.97E+04	9.78E+04	1.32E+05	1.70E+05	2.16E+05	1.80E+05	1.43E+05	1.37E+05	1.44E+05	1.76E+05	1.43E+05	1.37E+05	1.45E+05	1.42E+05
0.27	6.87E+04	9.60E+04	1.29E+05	1.66E+05	2.10E+05	1.82E+05	1.41E+05	1.35E+05	1.42E+05	1.78E+05	1.41E+05	1.35E+05	1.43E+05	1.40E+05
0.28	6.74E+04	9.38E+04	1.25E+05	1.61E+05	2.03E+05	1.83E+05	1.38E+05	1.32E+05	1.40E+05	1.78E+05	1.39E+05	1.32E+05	1.41E+05	1.37E+05
0.29	6.57E+04	9.11E+04	1.21E+05	1.55E+05	1.96E+05	1.84E+05	1.35E+05	1.28E+05	1.37E+05	1.79E+05	1.36E+05	1.28E+05	1.38E+05	1.34E+05
0.30	6.37E+04	8.81E+04	1.17E+05	1.49E+05	1.88E+05	1.85E+05	1.32E+05	1.24E+05	1.33E+05	1.79E+05	1.32E+05	1.24E+05	1.34E+05	1.30E+05
0.31	6.15E+04	8.48E+04	1.12E+05	1.43E+05	1.79E+05	1.85E+05	1.27E+05	1.19E+05	1.29E+05	1.78E+05	1.28E+05	1.19E+05	1.30E+05	1.26E+05
0.32	5.91E+04	8.12E+04	1.07E+05	1.36E+05	1.70E+05	1.85E+05	1.23E+05	1.14E+05	1.25E+05	1.78E+05	1.23E+05	1.14E+05	1.26E+05	1.22E+05
0.33	5.66E+04	7.75E+04	1.02E+05	1.29E+05	1.61E+05	1.84E+05	1.18E+05	1.09E+05	1.20E+05	1.76E+05	1.19E+05	1.09E+05	1.21E+05	1.17E+05
0.34	5.39E+04	7.36E+04	9.69E+04	1.22E+05	1.52E+05	1.83E+05	1.13E+05	1.04E+05	1.15E+05	1.75E+05	1.14E+05	1.04E+05	1.17E+05	1.12E+05
0.35	5.11E+04	6.96E+04	9.14E+04	1.14E+05	1.43E+05	1.82E+05	1.08E+05	9.94E+04	1.11E+05	1.73E+05	1.09E+05	9.94E+04	1.12E+05	1.07E+05

Tabel 9. Hydrodynamisk masse m_{33} [kg]. $h=20\text{m}$, $\rho=1025\text{kg/m}^3$, $g=9.81\text{m/s}^2$. For detaljer vedr. geometrier se Tabel 1 samt Figur 3 til 12.

frek	Cylindergeometrier					Keglegeometrier				Kuglegeometrier				Spids
	D/b=8	D/b=9	D/b=10	D/b=11	D/b=12	"Ren"	10R40	20R10	20R40	"Ren"	10R40	20R10	20R40	"Næse"
0.01	1.91E+05	2.80E+05	3.98E+05	5.38E+05	7.16E+05	3.55E+05	3.88E+05	3.92E+05	3.87E+05	3.61E+05	3.88E+05	3.91E+05	3.87E+05	3.87E+05
0.02	1.80E+05	2.62E+05	3.69E+05	4.96E+05	6.55E+05	3.26E+05	3.60E+05	3.63E+05	3.59E+05	3.32E+05	3.60E+05	3.63E+05	3.58E+05	3.58E+05
0.03	1.73E+05	2.50E+05	3.51E+05	4.69E+05	6.17E+05	3.08E+05	3.42E+05	3.45E+05	3.41E+05	3.14E+05	3.42E+05	3.45E+05	3.40E+05	3.40E+05
0.04	1.68E+05	2.42E+05	3.38E+05	4.50E+05	5.88E+05	2.96E+05	3.29E+05	3.32E+05	3.28E+05	3.01E+05	3.29E+05	3.32E+05	3.27E+05	3.27E+05
0.05	1.65E+05	2.36E+05	3.28E+05	4.35E+05	5.66E+05	2.86E+05	3.19E+05	3.22E+05	3.17E+05	2.91E+05	3.19E+05	3.21E+05	3.17E+05	3.17E+05
0.06	1.61E+05	2.30E+05	3.19E+05	4.22E+05	5.48E+05	2.78E+05	3.10E+05	3.14E+05	3.09E+05	2.83E+05	3.11E+05	3.13E+05	3.09E+05	3.09E+05
0.07	1.59E+05	2.26E+05	3.12E+05	4.11E+05	5.32E+05	2.71E+05	3.03E+05	3.07E+05	3.02E+05	2.77E+05	3.03E+05	3.06E+05	3.02E+05	3.02E+05
0.08	1.56E+05	2.22E+05	3.06E+05	4.01E+05	5.18E+05	2.66E+05	2.97E+05	3.00E+05	2.96E+05	2.71E+05	2.97E+05	2.99E+05	2.95E+05	2.95E+05
0.09	1.54E+05	2.18E+05	3.00E+05	3.93E+05	5.05E+05	2.60E+05	2.91E+05	2.94E+05	2.90E+05	2.65E+05	2.91E+05	2.94E+05	2.90E+05	2.90E+05
0.1	1.52E+05	2.15E+05	2.94E+05	3.84E+05	4.93E+05	2.55E+05	2.86E+05	2.89E+05	2.84E+05	2.60E+05	2.86E+05	2.88E+05	2.84E+05	2.84E+05
0.11	1.50E+05	2.11E+05	2.88E+05	3.75E+05	4.81E+05	2.50E+05	2.80E+05	2.83E+05	2.79E+05	2.55E+05	2.80E+05	2.82E+05	2.78E+05	2.78E+05
0.12	1.48E+05	2.07E+05	2.82E+05	3.67E+05	4.69E+05	2.45E+05	2.74E+05	2.77E+05	2.73E+05	2.50E+05	2.74E+05	2.76E+05	2.73E+05	2.73E+05
0.13	1.45E+05	2.03E+05	2.76E+05	3.58E+05	4.56E+05	2.40E+05	2.68E+05	2.71E+05	2.67E+05	2.44E+05	2.68E+05	2.70E+05	2.66E+05	2.66E+05
0.14	1.42E+05	1.98E+05	2.69E+05	3.48E+05	4.43E+05	2.34E+05	2.61E+05	2.64E+05	2.60E+05	2.38E+05	2.61E+05	2.64E+05	2.60E+05	2.60E+05
0.15	1.39E+05	1.93E+05	2.62E+05	3.38E+05	4.29E+05	2.27E+05	2.54E+05	2.57E+05	2.53E+05	2.31E+05	2.54E+05	2.56E+05	2.53E+05	2.52E+05
0.16	1.35E+05	1.88E+05	2.54E+05	3.27E+05	4.15E+05	2.20E+05	2.46E+05	2.49E+05	2.45E+05	2.24E+05	2.47E+05	2.49E+05	2.45E+05	2.45E+05
0.17	1.32E+05	1.82E+05	2.46E+05	3.17E+05	4.01E+05	2.12E+05	2.38E+05	2.41E+05	2.37E+05	2.16E+05	2.38E+05	2.41E+05	2.37E+05	2.37E+05
0.18	1.27E+05	1.76E+05	2.38E+05	3.06E+05	3.87E+05	2.04E+05	2.30E+05	2.33E+05	2.29E+05	2.08E+05	2.30E+05	2.32E+05	2.29E+05	2.29E+05
0.19	1.23E+05	1.71E+05	2.30E+05	2.95E+05	3.74E+05	1.96E+05	2.22E+05	2.25E+05	2.21E+05	2.00E+05	2.22E+05	2.24E+05	2.21E+05	2.20E+05
0.2	1.19E+05	1.65E+05	2.22E+05	2.85E+05	3.62E+05	1.88E+05	2.14E+05	2.17E+05	2.13E+05	1.92E+05	2.14E+05	2.17E+05	2.13E+05	2.13E+05
0.21	1.15E+05	1.59E+05	2.15E+05	2.76E+05	3.50E+05	1.81E+05	2.07E+05	2.10E+05	2.06E+05	1.85E+05	2.07E+05	2.09E+05	2.05E+05	2.05E+05
0.22	1.12E+05	1.54E+05	2.08E+05	2.68E+05	3.40E+05	1.73E+05	2.00E+05	2.03E+05	1.99E+05	1.77E+05	2.00E+05	2.02E+05	1.98E+05	1.98E+05
0.23	1.08E+05	1.50E+05	2.02E+05	2.60E+05	3.30E+05	1.67E+05	1.94E+05	1.97E+05	1.92E+05	1.71E+05	1.94E+05	1.96E+05	1.92E+05	1.92E+05
0.24	1.05E+05	1.46E+05	1.97E+05	2.53E+05	3.22E+05	1.61E+05	1.88E+05	1.91E+05	1.87E+05	1.65E+05	1.88E+05	1.91E+05	1.86E+05	1.87E+05
0.25	1.02E+05	1.42E+05	1.92E+05	2.48E+05	3.15E+05	1.55E+05	1.83E+05	1.86E+05	1.82E+05	1.59E+05	1.83E+05	1.86E+05	1.81E+05	1.82E+05
0.26	1.00E+05	1.39E+05	1.88E+05	2.43E+05	3.09E+05	1.50E+05	1.78E+05	1.82E+05	1.77E+05	1.54E+05	1.79E+05	1.82E+05	1.77E+05	1.77E+05
0.27	9.84E+04	1.36E+05	1.84E+05	2.38E+05	3.04E+05	1.45E+05	1.75E+05	1.78E+05	1.73E+05	1.49E+05	1.75E+05	1.78E+05	1.73E+05	1.73E+05
0.28	9.65E+04	1.34E+05	1.81E+05	2.35E+05	3.00E+05	1.41E+05	1.71E+05	1.75E+05	1.70E+05	1.45E+05	1.71E+05	1.75E+05	1.69E+05	1.70E+05
0.29	9.50E+04	1.32E+05	1.79E+05	2.32E+05	2.97E+05	1.37E+05	1.68E+05	1.73E+05	1.67E+05	1.41E+05	1.68E+05	1.72E+05	1.66E+05	1.67E+05
0.3	9.36E+04	1.30E+05	1.77E+05	2.30E+05	2.94E+05	1.34E+05	1.66E+05	1.70E+05	1.64E+05	1.38E+05	1.66E+05	1.70E+05	1.64E+05	1.65E+05
0.31	9.26E+04	1.28E+05	1.76E+05	2.28E+05	2.92E+05	1.30E+05	1.64E+05	1.69E+05	1.62E+05	1.35E+05	1.64E+05	1.68E+05	1.62E+05	1.63E+05
0.32	9.17E+04	1.27E+05	1.74E+05	2.27E+05	2.91E+05	1.27E+05	1.62E+05	1.67E+05	1.61E+05	1.32E+05	1.62E+05	1.67E+05	1.60E+05	1.61E+05
0.33	9.11E+04	1.26E+05	1.74E+05	2.26E+05	2.91E+05	1.25E+05	1.61E+05	1.66E+05	1.59E+05	1.29E+05	1.61E+05	1.66E+05	1.59E+05	1.60E+05
0.34	9.06E+04	1.26E+05	1.73E+05	2.26E+05	2.90E+05	1.22E+05	1.60E+05	1.66E+05	1.58E+05	1.27E+05	1.60E+05	1.65E+05	1.58E+05	1.59E+05
0.35	9.03E+04	1.26E+05	1.73E+05	2.26E+05	2.91E+05	1.20E+05	1.59E+05	1.65E+05	1.58E+05	1.25E+05	1.60E+05	1.65E+05	1.57E+05	1.59E+05

C Appendiks: Sammenligninger med forventninger

For indkomne bølger med bølgelængder $L > \sim 5 \cdot D$ (D er diameteren af flyderen) vil bøjen ikke generere bølger af betydning (dvs. det spredte potentiale er næsten nul), se f.eks. Faltinsen 1990, side 95. Af Tabel 3 fremgår, at dette omtrent svarer til $f < 0.2\text{Hz}$. Efterfølgende er der foretaget sammenligninger med teoretisk maksimale bølgekræfter. Formålet er dels for at kontrollere de numeriske beregninger, dels for at få en ide om hvor "effektiv" den cirkulære fladbundede flyder med diameteren 10m er.

C.1 Vandret bølgekraft

Når der ikke tages hensyn til det spredte potentiale skal den vandrette kraft være i fase med accelerationen, svarende til $\Delta = -90^\circ$. Dette er i overensstemmelse med beregningerne, se f.eks. Figur 15.

Antages accelerationerne upåvirket af den begrænsede dybgang og ses bort fra det spredte potentiale kan de vandrette kræfter bestemmes efter følgende. Fra potentialteorien haves:

$$f(t, z) = 2\rho\pi(D/2)^2 \cdot \ddot{x}(t, z), \text{ hvor } \ddot{x} \text{ er horizontalaccelerationen.} \quad (12)$$

Accelerationen for det indkomne potentiale kan skrives:

$$\ddot{x} = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \frac{\cosh k(z+h)}{\sinh kh} \sin(\omega t - kx) \quad (13)$$

Indsættes $x=0$ og $t=-T/4$ ($\omega t = -\pi/2$, maksimal acceleration for $\Delta = -90^\circ$) fås følgende amplitude for accelerationen:

$$\ddot{x} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \frac{\cosh k(z+h)}{\sinh kh} \quad (14)$$

Kraften integreres over dybden og normeres:

$$F_{1, \text{normeret}} = \frac{2}{g} \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \int_{-b}^0 \frac{\cosh k(z+h)}{\sinh kh} dz, \text{ hvor } b \text{ er dybgangen på 1m.} \quad (15)$$

Kurven for kraften efter formel (15) er angivet på Figur 37 som *simpel 1*. Formel (15) er en tilnærmelse som kun gælder for lange bølger, da accelerationen ikke kan være maksimal langs hele flyderens udstrækning for korte bølger. Da det spredte potentiale ikke er medregnet kan løsningen kun anvendes for $f < 0.2\text{Hz}$. På den anden side er udtrykket meget tilnærmelse for lange bølger, da flyderen er bred i forhold til dybgangen. Derfor vil den vandrette kraft beregnet efter ovenstående give større kræfter end korrekt beregnet efter potentialteorien. Dette skyldes, at vandet strømmer under flyderen, hvorved accelerationerne langs cylinderoverfladen påvirkes betydeligt af den begrænsede dybgang.

Alternativt til formel (12) kan den korrekte potentialteoretiske amplitude for bølgekraften på en cylinder stående på havbunden beregnes efter følgende:

$$f(z) = \frac{4\rho g}{k} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} A(kR)$$

hvor

$$A(kR) = \left([J_1'(kR)]^2 + [Y_1'(kR)]^2 \right)^{-1/2} \quad (16)$$

hvor

J_1' og Y_1' er afledte 1. ordens besselfunktioner af hhv. 1. og 2. slags.

Trykket efter (16) integreres op over dybden af flyderen og angives på Figur 37 som *simpel 2*. Da denne model tager hensyn til det spredte potentiale er løsningen korrekt for $f \rightarrow \infty$, men da løsningen ikke tager hensyn til den begrænsede dybgang er den ikke korrekt for $f \rightarrow 0$. For yderligere redegørelser vedr. (16) henvises til Bruun (1989).

C.2 Lodret bølgekraft

Når frekvensen går mod nul, dvs. $f \rightarrow 0$ er den lodrette kraft i fase med bølgeelevationen, dvs. $\Delta = 0^\circ$. Dette er i overensstemmelse med beregningerne, se f.eks. Figur 15.

For $f \rightarrow 0$ ($L \rightarrow \infty$) skal den lodrette kraft gå mod kraften svarende til forøgelsen i hydrostatisk tryk, dvs. $F_{L*} = Areal \cdot \rho \cdot g \cdot H/2$ (H er bølgehøjden, $H=2m$). Dette svarer præcis til normeringen af den lodrette bølgekraft, hvorved det haves $F_L=1$.

Når bølgen ikke er uendelig lang vil det hydrostatiske tryk reduceres, da overfladeelevationen kun er $H/2$ præcis i bølgetoppen. Det hydrostatiske tryk beregnes efterfølgende for bølgetop placeret i midten af flyderen ($x=0$) til $t=0$. Herved kan overfladeelevationen skrives $\eta(x) = \cos(kx)$. Ligningen for en cirkelbue med centrum af x,y-aksens origo kan i 1. kvadrant skrives $y(x) = \sqrt{(D/2)^2 - x^2}$. Overfladen integreres op for 1. kvadrant og multipliceres med 4 for at få kraften på hele flyderen. Kraften normeres med $Areal \cdot \rho \cdot g$ (se afsnit 6.1), hvorved den resulterende amplitude for kraften kan skrives:

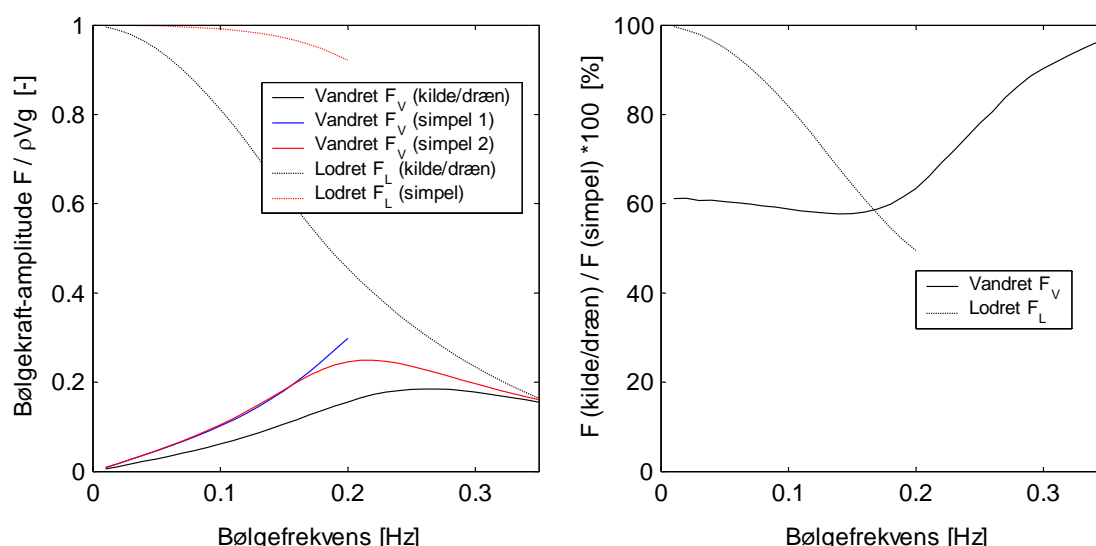
$$F_{L,normeret} = \frac{4}{\pi(D/2)^2} \int_0^{D/2} \eta(x)y(x)dx, \quad L > D \quad (17)$$

Kurven for kraften efter formel (17) er vist på Figur 37 som den *simple* model.

Løsningen vil naturligvis give større kræfter, end hvad der er aktuelt er tilfældet med den korrekte potentialteoretiske løsning. Dette skyldes to forhold:

- Det spredte potentiale er ikke medregnet. En del af bølgeenergien diffrakteres og reflekteres og bidrager derfor til en reduktion i tilrådgivende potentiale for $f > 0.2Hz$.
- På grund af flyderens begrænsede udstrækning vil en del af bølgeenergien ikke forplantes til bøjen, men vil glide forbi og ikke opfanges/give anledning til tryk.

I grænsen $f \rightarrow \infty$ vil der være lige mange bølgetoppe og bølgedale over flyderen, hvorved $F_L \rightarrow 0$.



Figur 37. Bølgekræfter på cylinder, sammenligning med simple modeller. Simpel 1 er beregnet efter formel (15), og simpel 2 efter formel (16).

Kurverne for de simple løsninger ses at krumme den rigtige vej, men kræfterne beregnet efter de simple metoder er større end beregnet efter potentialteorien. Forskellene skyldes de to forhold redegjort for ovenfor. Der ses at være overensstemmelse mellem den numerisk beregnede lodrette bølgekraft og den simple løsning for $f \rightarrow 0$. Det er bemærkelsesværdigt, at den lodrette bølgekraft beregnet ved kilde/dræn-metoden kun er cirka 50% af den hydrostatiske kraft for $f=0.2\text{Hz}$ (se Figur 37, højre). Med andre ord betyder dette, at flyderen for $f=0.2\text{Hz}$ kun optager cirka 50% af den i bølgen tilrådighedværende potentielle energi. Det er ligeledes bemærkelsesværdigt, at den vandrette bølgekraft kun er cirka 60% af kraften svarende til kraften på en uendelig lang cylinder i en stor del af frekvensområdet (f i intervallet 0 til 0.2Hz). Dette er særdeles hensigtsmæssigt og antyder, at såfremt designet med den begrænsede dybgang gøres mere strømnet forventes de vandrette kræfter på flyderen at blive forholdsvis små.

C.3 Hydrodynamisk masse og dæmpning

Den hydrodynamiske masse i heave er sammenlignet med en numerisk korrekt metode (en ikke-elementmetode) udviklet af Yeung (1980). I Yeung (1980) angives kurver (figur 4a og 4b i Yeungs artikel) svarende til de i denne rapport præsenterede (som hjælp til sammenligning bemærkes, at for Yeungs kurver benyttes $d=1$, $a=0.2$, samt at $m_0a=1$ svarer til frekvensen $f=0.22\text{Hz}$). Yeungs kurver er kvalitativt sammenlignet med de i denne rapport præsenterede og der er fundet god overensstemmelse. Da Yeungs metode er matematisk kompliceret, vil kun en simplificeret model, angivet i formel (18), blive gengivet her (svarende til formel 36 i Yeungs artikel). Denne simple model er korrekt for store cylinderdiametre ($R/h>1$) for lavfrekvente bevægelser ($f \rightarrow 0$).

$$\mu_{33} + i\delta_{33} = \frac{1}{2} \left[\frac{a}{4d} + a \frac{H_0^1(m_0 a)}{m_0 a H_1^1(m_0 a)} \right]$$

hvor

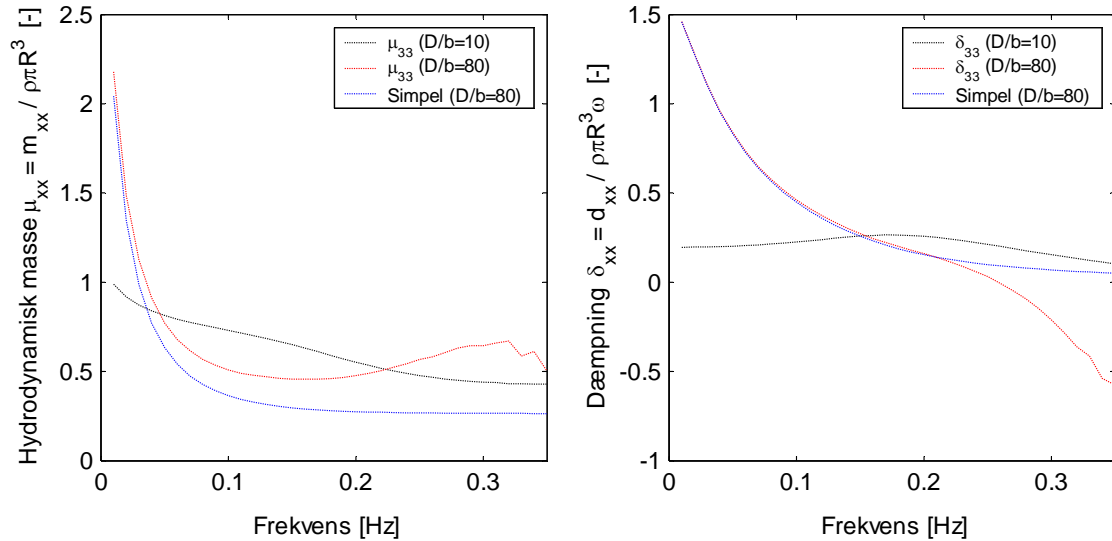
H_0^1 og H_1^1 er Hankel funktionen af 1. slags for hhv. nulte og første orden (18)

$$a = R/h$$

$$d = (h - b)/h$$

$$m_0 \text{ er løsninger til } m_0 \tanh m_0 = \frac{\omega^2}{g} h$$

Ingen af de i denne rapport analyserede cylindre er store ($R/h \ll 1$), hvorved formel (18) ikke kan benyttes til sammenligning. Derfor er en ekstra model gennemregnet i kilde/dræn-programmet med $D/b=80$ (svarende til $R/h=2$). Af Figur 38 fremgår, at der er god overensstemmelse mellem den simple model, formel (18), og kilde/dræn-programmets koefficienter for $f \rightarrow 0$.



Figur 38. Hydrodynamiske koefficienter for heave, cylinder på vanddybden 20m. Indvirkning af D/b , sammenligning af numerisk løsning med simple modeller.

A.1.1 Indvirkninger af vanddybden

For $f \rightarrow \infty$ genereres ingen bølger, hvorved $\delta_{33} \rightarrow 0$, se f.eks. Faltinsen 1990 (side 45).

Af Figur 18 fremgår, at vanddybden har en lille indvirkning på dæmpningen for $f \rightarrow 0$.

Dette faktum er undersøgt nærmere. Dæmpningen kan efter Yeung (1980) (her gengivet efter notation anvendt i Falnes (2002), side 134) beskrives ved:

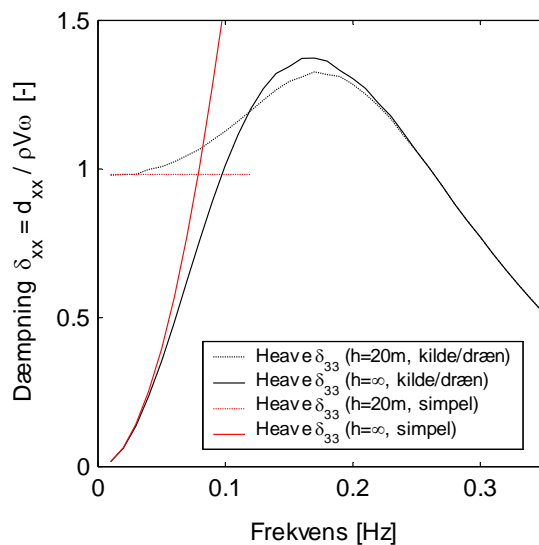
$$d_{33} = \varepsilon_{33} \omega \rho (D/2)^3 2\pi/3$$

hvor

$$\varepsilon_{33} = \frac{3\pi(D/2)}{8h} \text{ for endelig vanddybde} \quad (19)$$

$$\varepsilon_{33} = \frac{2\pi k(D/2)}{4} \text{ for uendelig vanddybde}$$

Formel (19) er i Figur 39 angivet ved kurverne for *simpel* model. Af Figur 39 fremgår, at de simple metoder passer godt overens med det beregnede for $f \rightarrow 0$ for såvel $h=20\text{m}$ og $h=\infty$.



Figur 39. Dæmpningskoefficienter for heave, cylinder med $D/b=10$. Indvirkning af vanddybden, sammenligning af numerisk løsning med simple modeller.

D Appendiks: Kilde/dræn teori

Kilde/dræn teknikken benyttes i stor stil kommercielt inden for beregninger på skibe og offshore boreplatforme, det mest benyttede kommercielle kilde/dræn-program er nok "WAMIT" (se eventuelt mere herom på Internettet <http://www.wamit.com/>). Da AAU ikke har programmet WAMIT til rådighed (og programmet i øvrigt ikke kan levere præcise parametre vi søger), er et lignende program udviklet på AAU. Programmet kaldes for "SHIPBEM". Programmets resultater er mange gange verificeret både eksperimentelt og med andre programmer.

Kilde/dræn teknik, som bygger på potentialteori og lineær bølgeteori, er en numerisk metode til at bestemme strømmingen omkring et fartøj. Teknikken opfylder Laplace's ligning i ligevægtspositionen samt givne randbetingelser omkring fartøjet. Randbetingelsen på fartøjets overflade opfyldes ved passende fordeling af kilder. Formålet med at anvende kilde/dræn teknik er at bestemme den hydrodynamiske masse, dæmpning og bølgekræfter virkende på fartøjet.

D.1 Laplace-ligningen

Det vides, at hastighedspotentialet skal opfylde Laplace ($\nabla^2 \varphi = 0$) for rotationsfri strømning. Det samlede bølgefelt kan beskrives vha. potentialet i de indkomne bølger (φ_w) og potentialet i de spredte bølger (φ_s), dvs. $\nabla^2 \varphi_s + \nabla^2 \varphi_w = 0$. Da det vides, at $\nabla^2 \varphi_w = 0$, reduceres problemet til at løse $\nabla^2 \varphi_s = 0$. Randbetingelserne er som følger.

Fri overflade

En partikel skal blive på den frie overflade (kinematisk betingelse) og $p = 0$ i Bernoullis ligning (dynamisk betingelse), disse betingelser kan sammenskrives til:

$$\frac{\partial^2 \varphi_s}{\partial t^2} + \frac{\partial \varphi_s}{\partial z} = 0 \quad , \text{ for } z = 0 \quad (20)$$

Havbund

Ved havbunden er hastigheden i normalens retning $v_n = 0$, hvorfor betingelsen bliver:

$$\frac{\partial \varphi_s}{\partial n} = 0 \quad , \text{ for } z = -h \quad (21)$$

n betegner normalen.

Legemets overflade

På legemets overflade er $v_n = 0$, hvorfor betingelsen bliver:

$$\frac{\partial \varphi_s}{\partial n} = 0 \quad , \text{ på konstruktionens overflade} \quad (22)$$

Lodret rand

Det benyttes, at perioderne for de reflekterede og spredte bølger er de samme som for de indkomne bølger. Potentialet i en udadgående spredt bølge kan skrives:

$$\varphi_{s,udad} = \frac{K}{\sqrt{r}} \sin(r - ct) \quad (23)$$

I ligningen er r afstanden fra kilden, K er en konstant og c er bølgenes udbredelseshastighed.

Ud fra ligning (23) kan Sommerfelds udstrålingsbetingelse formuleres:

$$\frac{\partial \varphi_s}{\partial r} + \frac{1}{c} \frac{\partial \varphi_s}{\partial t} = 0 \quad , r \rightarrow \infty \quad (24)$$

D.2 Løsning med kilde/dræn

Kilder med kildestyrkerne f_j placeres i punkt $\bar{\xi}$ på konstruktionens overflade, potentialet i et vilkårligt punkt \bar{x} kan skrives:

$$\varphi_E(\bar{x}, \bar{\xi}, t) = A_E(\bar{x}, \bar{\xi}) \cdot \cos(\omega t) \quad (25)$$

Wehausen og Laitone har bestemt et analytisk udtryk til bestemmelse af A_E som tilfredsstiller Laplace med randbetingelserne for fri overflade (20), havbund (21) og udstrålingsrand (24). Kun randbetingelsen ved legemets overflade skal derfor tilfredsstilles. Det spredte potentiale kan derfor skrives:

$$\varphi_s(\bar{x}, t) = \sum_{j=1}^N f_j \cdot A_E(\bar{x}, \bar{\xi}_j) \cdot \cos(\delta_j - \omega t) \quad (26)$$

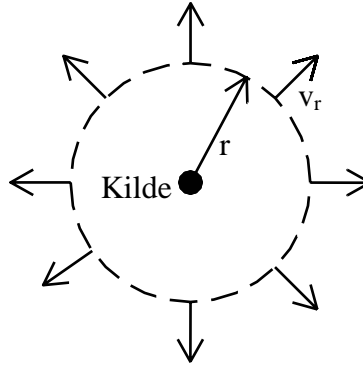
Ligningen differentieres mht. normalen, og kildestyrker og faseforskydningen af kildernes potentiale (δ_j) bestemmes i overensstemmelse med (22).

Med kendt hastighedspotentiale, kan kræfter og momenter på konstruktionen beregnes ud fra trykket i Bernoullis ligning.

Teknikken illustreres ved følgende simplificerede eksempel med liniekilder.

Eksempel med liniekilder

Partikelhastigheden i strømmingen fra en liniekilde er illustreret på Figur 40.

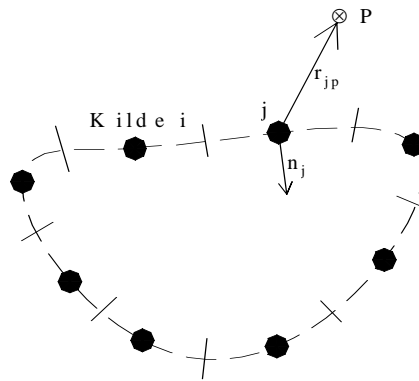


Figur 40. Illustration af strømning fra en liniekilde.

Vandføringen pr. meter lodret kilde beregnes som $q = 2\pi \cdot r \cdot 1 \cdot v_r$. Idet k betegnes kildestyrken kan potentialet beregnes:

$$v_r = \frac{q}{2\pi} \cdot \frac{1}{r} = \frac{k}{r} \quad \Rightarrow \quad \varphi_{kilde} = k \cdot \ln(r), \quad da \quad v = \nabla \varphi \quad (27)$$

På samme vis kan for enhver 2D-geometri indlægges liniekilder på et legemes overflade, se Figur 41.



Figur 41. Liniekilder ved en numerisk analyse.

For et givet punkt i strømningen 'P' kan det samlede potentiale findes ved superposition, idet der benyttes lineær teori, dvs.

$$\varphi_p = \sum_{j=1}^N \varphi_j^{kilde} = \sum_{j=1}^N k_j \cdot \ln(r_{jp}) \quad (28)$$

De eneste ubekendte i denne ligning er kildestyrkerne k_j . Kildestyrkerne kan findes ved at kræve at legemets overflade er en strømlinie ($v_n = 0$), se formel (22). Herved fås N ligninger til bestemmelsen af N kildestyrker k_j .

Til forskel fra formel (28) gælder formel (26) generelt for 3D-legemer i bølger. Løsningsmetoden er den samme, blot benyttes pulserende kuglekilder i stedet for liniekilder.